

---

# **Präzise und echtzeitnahe Positionierung in einem Mixmode-GPS-Netz mit großen Höhenunterschieden**

---

Heft 38

Schriftenreihe der Fachrichtung Geodäsie

Fachbereich Bauingenieurwesen und Geodäsie

Technische Universität Darmstadt

ISBN 978-3-935631-27-3

---

Darmstadt, Februar 2013



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT





Heft 38

---

Darmstadt, Februar 2013

Ralf Drescher

Präzise und echtzeitnahe Positionierung in einem  
Mixmode-GPS-Netz mit großen Höhenunterschieden

---

Schriftenreihe  
Fachrichtung Geodäsie  
Fachbereich Bauingenieurwesen und Geodäsie  
Technische Universität Darmstadt

ISBN 978-3-935631-27-3

Schriftenreihe Fachrichtung Geodäsie der Technischen Universität Darmstadt

Auflagenhöhe: 75 Exemplare

Online unter: <http://tuprints.ulb.tu-darmstadt.de>

Verantwortlich für die Herausgabe der Schriftenreihe:

Der Sprecher der Fachrichtung Geodäsie  
im Fachbereich Bauingenieurwesen und Geodäsie  
der Technischen Universität Darmstadt

Bezugsnachweis:

Technische Universität Darmstadt  
Institut für Geodäsie  
Petersenstraße 13  
64287 Darmstadt

ISBN 978-3-935631-27-3

# **Präzise und echtzeitnahe Positionierung in einem Mixmode-GPS-Netz mit großen Höhenunterschieden**

Vom Fachbereich Bauingenieurwesen und Geodäsie  
der Technischen Universität Darmstadt  
zur Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte Dissertation

vorgelegt von  
Dipl.-Ing. Ralf Drescher  
aus Gräfelting

Referent: Prof. Dr.-Ing. Matthias Becker, TU Darmstadt  
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Andreas Eichhorn, TU Darmstadt  
Tag der Einreichung: 20. Juni 2012  
Tag der mündlichen Prüfung: 22. Oktober 2012

Darmstadt, Februar 2013  
D17



---

## Inhaltsverzeichnis

---

1	Einleitung	1
2	Grundlagen der Parameterschätzung	4
2.1	Varianz-Kovarianz-Fortpflanzung	4
2.2	Korrelation	4
2.3	Gauß-Markov-Modell	4
2.4	Genauigkeitsmaße	5
2.4.1	Präzision, Richtigkeit und Genauigkeit	5
2.4.2	Präzision	5
2.4.3	Genauigkeit	6
2.4.4	Richtigkeit	6
3	GPS-Beobachtungen und ihre Modellierung	7
3.1	Beobachtungsgleichungen	7
3.2	Fehlerhaushalt für die Phasenbeobachtungen	9
3.2.1	Empfängeruhrenfehler	9
3.2.2	Satellitenbahn- und Satellitenuhrenfehler	9
3.2.3	Atmosphärische Refraktion	10
3.2.4	Mehrwegeausbreitung	10
3.2.5	Signalbeugung	11
3.2.6	Variationen des Antennenphasenzentrums	11
3.3	Stochastisches Modell	12
3.3.1	Signal-zu-Rausch-Verhältnis und Signalstörungen	12
3.3.2	Elevationsabhängige Gewichtung	12
3.3.3	SNR-abhängige Gewichtung	12
3.3.4	$\Delta$ SNR-abhängige Gewichtung	12
4	Atmosphärische Refraktion	13
4.1	Aufbau der Atmosphäre	13
4.1.1	Troposphäre	13
4.1.2	Ionosphäre	14
4.2	Refraktion elektromagnetischer Wellen	15
4.3	Troposphärische Refraktion	16
4.3.1	Hopfield-Modell	17
4.3.2	Saastamoinen-Modell	18
4.3.3	Mapping-Funktionen	18
4.3.4	Meteorologische Daten	19
4.3.5	Quantifizierung der troposphärischen Refraktion	20

---

---

4.4	Ionosphärische Refraktion	21
4.4.1	Ein-Schicht-Modell der Ionosphäre	22
4.4.2	Ionosphärenfreie Linearkombination	22
4.4.3	Quantifizierung der ionosphärischen Refraktion	23
5	Funktionen von GPS-Beobachtungen und ihre Modellierung	24
5.1	Beobachtungsgleichung der Doppeldifferenz	24
5.2	Fehlerhaushalt der Doppeldifferenz	25
5.2.1	Uhrenfehler und instrumentelle Verzögerungen	25
5.2.2	Atmosphärische Refraktion	25
5.2.3	Bahnfehler	26
5.2.4	Beugungsfehler	26
5.2.5	Mehrwegefehler	27
5.2.6	Einteilung in stations- und entfernungsabhängige Fehler	27
5.3	Linearkombinationen	27
5.3.1	Linearkombinationen der ursprünglichen Phasenmessungen	27
5.3.2	Linearkombinationen von Doppeldifferenzen	28
5.3.3	Eigenschaften der ursprünglichen Phasensignale	30
5.3.4	Widelane Linearkombination	30
5.3.5	Narrowlane Linearkombination	31
5.3.6	Geometriefreie Linearkombination und ionosphärisches Residuum	32
5.3.7	Ionosphärenfreie Linearkombination und geometrisches Residuum	33
5.3.8	Melbourne-Wübbena Linearkombination	34
5.4	Stochastisches Modell	35
5.4.1	Linearkombinationen	35
5.4.2	Parameterschätzung einer Basislinie	35
5.4.3	Parameterschätzung eines Netzes	36
5.5	Festsetzung der Mehrdeutigkeiten	36
5.5.1	Klassische geometrische Methode	37
5.5.2	Least-squares Ambiguity Decorrelation Adjustment	37
6	Präzise differentielle GPS-Positionierung in Echtzeit	41
6.1	Terminologie	41
6.2	Basislinien-RTK	41
6.3	Vernetzung von Referenzstationen	41
6.3.1	Trennung der entfernungsabhängigen Fehler	41
6.3.2	Linearität der entfernungsabhängigen Fehler	42
6.3.3	Roverpositionierung im Referenzstationsnetz	43
6.3.4	Flächenkorrekturparameter	43
6.3.5	Virtuelle Referenzstation	46
6.3.6	Master Auxiliary Concept	48
6.4	Echtzeitaspekte	48
6.4.1	Positionierung in Echtzeit	48
6.4.2	Echtzeitnahe Positionierung	48

---



---

7	Echtzeitnahe Positionierung im Mixmode-GPS-Netz	49
7.1	Projekt Exupéry	49
7.1.1	Einführung	49
7.1.2	Deformationsmessung mit GPS und bodengestütztem SAR	50
7.2	Veröffentlichungen zum Thema Netz-RTK und Mixmode-GPS-Netz	52
7.3	Ein neuer Ansatz zur echtzeitnahen Positionierung im Mixmode-GPS-Netz	54
7.4	Hardware des Mixmode-GPS-Netzes	55
7.4.1	Einfrequenzempfänger ublox Antaris AEK-4T	55
7.4.2	Einfrequenzantenne ublox ANN-MS mit Grundplatte	56
7.5	Software zur Auswertung des Mixmode-GPS-Netzes	58
7.5.1	Applikation EditRNX	58
7.5.2	Applikation PreProc	58
7.5.3	Applikation ScreenBL	59
7.5.4	Applikation AmbRes	59
7.5.5	Applikation AmbCheck	60
7.5.6	Applikation FKP	61
7.5.7	Perl-Skript TULPE	61
7.5.8	Weitere Entwicklungsansätze	61
7.6	Exupéry Feldtest	62
7.6.1	Einführung	62
7.6.2	GPS Hardware	63
7.6.3	GPS Software	64
7.6.4	Probleme	64
7.6.5	Ergebnisse	65
8	Feldtest Taunus	66
8.1	Einführung	66
8.2	Bestimmung von SNR-Referenzfunktionen	69
8.3	Langzeitstatische Berechnung von Referenzkoordinaten	72
8.3.1	Im IGS05 für die FKP-Positionierung der Zweifrequenz-Roverstationen	72
8.3.2	Im IGS05 für die FKP-Positionierung der Einfrequenz-Roverstationen	73
8.3.3	Im ETRS89 für die VRS-Positionierung	73
8.4	Positionierung von Einfrequenz-Roverstationen mittels VRS	74
8.5	Positionierung von Einfrequenz-Roverstationen mittels FKP	76
8.5.1	Auswahl der zentralen Referenzstation	76
8.5.2	Grundsätzliches Vorgehen	77
8.6	FKP auf Grundlage einer höhenabhängigen a-priori-Luftfeuchte	79
8.6.1	Auswertung des Referenzstationsnetzes	79
8.6.2	Berechnung von FKP sowie Soll-Ist-Vergleich der Korrekturen	79
8.6.3	Positionierungsberechnung mit simulierten Einfrequenz-Roverstationen	81
8.7	FKP auf Grundlage einer konstanten a-priori-Luftfeuchte	82
8.7.1	Auswertung des Referenzstationsnetzes	82
8.7.2	Berechnung von FKP sowie Soll-Ist-Vergleich der Korrekturen	83

---

---

8.7.3	Positionierungsberechnung mit simulierten Einfrequenz-Roverstationen	83
8.7.4	Positionierungsberechnung mit Einfrequenz-Roverstationen	86
8.8	Weitere Auswertevarianten	90
8.8.1	Troposphärenmodellierung auf Grundlage meteorologischer Messungen	90
8.8.2	Kalman-Filterung des relativen ZPD-Parameters	90
8.8.3	Schätzung von relativen ZPD-Parametern auf den Roverstationen	91
8.9	Ausführliche Analyse der Höhenzeitreihen	91
8.9.1	Interpolation und Soll-Ist-Vergleich des relativen ZPD-Parameters	92
8.9.2	Richtigkeit der Höhenzeitreihen	95
8.9.3	Siderische Filterung der Höhenzeitreihen	97
8.9.4	Wiederholgenauigkeit der Höhenzeitreihen	97
9	Zusammenfassung	100
	Verzeichnis der Abkürzungen	105
	Verzeichnis der Abbildungen	106
	Literaturverzeichnis	108

---

---

## 1 Einleitung

---

Globale Satellitennavigationssysteme (GNSS) dienen in erster Linie nicht-geodätischen Anwendungen. Für die allermeisten Nutzer sind Code-Messungen mit einem Empfänger bzw. die m-genaue Navigationslösung ausreichend.

Seit bereits ca. 20 Jahren nutzen Geodäten die Trägerwellen der Satellitensignale zur cm-genauen Positionierung. Zur Verarbeitung ihrer Phasenlage existieren ebenfalls seit dieser Zeit zwei grundsätzlich verschiedene Mess- und Auswertekonzepte. Zum einen gibt es die Präzise Punktpositionierung mit einem Empfänger, die eine absolute Koordinate liefert, und zum anderen das Präzise Differentielle GNSS (PDGNSS). Letzteres benötigt zwei Empfänger und liefert den von ihnen gebildeten dreidimensionalen Vektor, die Basislinie. Zu Beginn der geodätischen GNSS-Nutzung konnte sich die Präzise Punktpositionierung aufgrund der damit verbundenen Herausforderungen nicht durchsetzen und es wurde nahezu ausschließlich PDGNSS praktiziert. In den letzten Jahren hingegen erlebte die Präzise Punktpositionierung eine regelrechte Renaissance und bildet derzeit einen Schwerpunkt der GNSS-Forschung.

Seit ca. 10 Jahren gibt es amtliche und private Referenzstationsdienste, wie z.B. den Satellitenpositionierungsdienst der deutschen Landesvermessung (SAPOS). Sie stellen dem Nutzer die Beobachtungsdaten von Referenzstationen zur Verfügung und ermöglichen ihm so, PDGNSS mit nur einem Empfänger zu betreiben. Zunächst basierten die Echtzeitdienste, die überwiegend in Anspruch genommen werden, auf Basislinien-RTK (Real Time Kinematic). Dieses verwendet die Daten von nur einer Referenzstation und beruht auf der Annahme, dass atmosphärisch bedingte Laufzeitfehler für Referenz- und Roverstation gleich groß sind. Basislinien-RTK ist deshalb auf eine Basislinienlänge von ca. 10 km beschränkt. Um die Stationsdichte wirtschaftlich zu halten (Abstände von ca. 50 km), wurde frühzeitig damit begonnen, Vernetzungskonzepte bzw. Netz-RTK zu entwickeln. Dabei werden die atmosphärischen Restfehler für die Referenzstationen bestimmt und die entsprechenden Korrekturen anschließend für die Roverposition interpoliert. Während zur Erzeugung der Korrekturdaten Zweifrequenzempfänger auf den Referenzstationen eingesetzt werden müssen, sind auf den Roverstationen prinzipiell Einfrequenzempfänger ausreichend.

### *Vulkanüberwachungsprojekt Exupéry*

Im Rahmen des GEOTECHNOLOGIEN-Projektes Exupéry wurde ein mobiles Vulkan-Frühwarnsystem entwickelt, das den Vulkanzustand echtzeitnah beschreibt. Dazu laufen die Daten verschiedenster, sowohl boden- als auch satellitengestützter Beobachtungsverfahren in einer zentralen Datenbank zusammen, werden umgehend analysiert und in einem Geoinformationssystem visualisiert. Von zentraler Bedeutung ist hierbei eine zeitnahe Erfassung, Weiterleitung und Verarbeitung der Messdaten in einem WLAN-basierten Sensornetzwerk.

---

Das Institut für Physikalische Geodäsie der TU Darmstadt entwickelte innerhalb dieses Projekts einen neuen Ansatz zur Deformationsmessung. Er beruht auf der Kombination eines bodengestützten Radargerätes mit synthetischer Apertur (SAR) mit einem GPS-Netz, das aus geodätischen Zweifrequenzempfängern und preisgünstigen Einfrequenzempfängern besteht (Mixmode-GPS-Netz). Mit terrestrischem SAR werden an einer Flanke des Vulkans flächenhafte Deformationen mit hoher Auflösung beobachtet ( $\leq 1$  mm). Die Zweifrequenzempfänger sollen das Risiko- und Deformationsgebiet umschließen, den gemeinsamen Referenzrahmen definieren und der Erzeugung von echtzeitnahen Atmosphärenkorrekturen für die Einfrequenzempfänger dienen. Diese werden im Risikogebiet eingesetzt, um die Deformationen punktuell zu messen und um die Auswertung der SAR-Aufnahmen zu unterstützen.

### *Zielsetzung der Arbeit*

Zunächst müssen durch entsprechende Testmessungen und Auswertungen geeignete, möglichst preisgünstige Einfrequenzantennen und -empfänger ausgewählt werden.

Schwerpunkt der Arbeit ist die Entwicklung eines neuen Ansatzes zur echtzeitnahen Positionierung auf Grundlage eines Mixmode-GPS-Netzes und den Methoden von Netz-RTK. Er ist außerdem durch die Implementierung eigener Software zu realisieren und anschließend durch die Bearbeitung eines Realdatensatzes zu verifizieren.

Topographisch bedingt ergibt sich eine spezielle Stationskonstellation. Die Referenzstationen umschließen das Einsatzgebiet auf einem weitgehend einheitlichen Höhenniveau, die Roverstationen befinden sich auf, teils deutlich, größerer Höhe. Das wirft die zusätzliche Fragestellung auf, inwieweit die Troposphärenkorrekturen, die für gewöhnlich durch eine ausschließlich lageabhängige Interpolation entstehen, unter dieser Konstellation leiden.

### *Aufbau und Inhalt der Arbeit*

Zunächst werden die erforderlichen Grundlagen aufbereitet. Das Kapitel 2 weist auf die wichtigsten Aspekte aus dem Bereich der Parameterschätzung hin. Insbesondere die Begriffe Präzision, Richtigkeit und Genauigkeit werden dabei erläutert. Sie sind im Zusammenhang mit quasi-wahren Referenzgrößen und entsprechenden Soll-Ist-Vergleichen von Bedeutung. Die Beobachtungsgleichungen von undifferenzierten Phasenbeobachtungen sowie ihr Fehlerhaushalt werden im Kapitel 3 vorgestellt. Die atmosphärisch bedingten Laufzeitfehler werden, da sie für diese Arbeit von besonderer Bedeutung sind, im Kapitel 4 ausführlich behandelt. Das Kapitel 5 widmet sich der Doppeldifferenz-Auswertung von GPS-Phasenbeobachtungen. Deren Fehlerhaushalt, die wichtigsten Linearkombinationen der ursprünglichen Phasenmessungen sowie ausgewählte Methoden zur Bestimmung der ganzzahligen Mehrdeutigkeiten sind die Schwerpunkte in diesem Kapitel. Die gemeinsame Auswertung, d.h. die Vernetzung, von Referenzstationen, um daraus atmosphärische Korrekturen für die Roverstationen zu berechnen, ist Gegenstand von Kapitel 6. Die beiden üblichen Vernetzungskonzepte, Flächenkorrekturparameter und Virtuelle Referenzstation, werden dabei ausführlich erläutert.

---

In Kapitel 7 werden der neue Ansatz zur echtzeitnahen Positionierung auf Grundlage eines Mixmode-GPS-Netzes und den Methoden von Netz-RTK sowie seine Realisierung mittels geeigneter Hard- und Software eingehend beschrieben. Des Weiteren wird in diesem Kapitel das Projekt Exupéry vorgestellt und über den Exupéry-Feldtest auf der Azoreninsel Sao Miguel berichtet. Die Bearbeitung eines zweiten Realdatensatzes, der durch GPS-Messungen im Taunus entstand, wird im Kapitel 8 behandelt. Dabei wurden die Koordinaten der Roverstationen in verschiedenen Auswertevarianten bestimmt. Diese Roverpositionierungen wurden danach anhand strenger Vergleichskriterien beurteilt. Zum einen wurden die Ergebniskoordinaten mit quasi-wahren Referenzkoordinaten verglichen. Darüber hinaus lieferte eine Auswertung unter Verwendung einer hochwertigen, kommerziellen Netz-RTK-Software weitere Kenngrößen. Damit kann die Leistungsfähigkeit des realisierten Netz-RTK-Ansatzes umfassend beurteilt werden. Das Kapitel 9 schließt die Arbeit mit einer Zusammenfassung ab.

---

## 2 Grundlagen der Parameterschätzung

---

### 2.1 Varianz-Kovarianz-Fortpflanzung

Für lineare bzw. linearisierte Funktionen  $f$  von Zufallsvariablen  $x$  kann aus deren Varianz-Kovarianzmatrix  $\Sigma_{xx}$  durch Anwendung des Varianzfortpflanzungsgesetzes (2.2) die Varianz-Kovarianzmatrix der Funktionen  $\Sigma_{ff}$  berechnet werden (Niemeier, 2002). In seiner einfachen, skalaren Form werden evtl. vorhandene Korrelationen vernachlässigt (Niemeier, 2002).

$$\mathbf{f} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{f}_0 \quad (2.1)$$

$$\Sigma_{ff} = \mathbf{A} \cdot \Sigma_{xx} \cdot \mathbf{A}^T \quad (2.2)$$

### 2.2 Korrelation

Sind die Zufallsvariablen voneinander stochastisch unabhängig, so ist  $\Sigma_{xx}$  stets eine Diagonalmatrix. Bei voneinander abhängigen bzw. korrelierten Zufallsvariablen sind darüber hinaus weitere Matrixelemente besetzt. Nach ihren Ursachen wird zwischen mathematischer und physikalischer Korrelation unterschieden. Mathematische Korrelation entsteht durch Varianz-Kovarianz-Fortpflanzung immer dann, wenn die Matrix  $\mathbf{A}$  in mindestens einer Spalte mehrfach besetzt ist. Zufallsvariablen sind physikalisch korreliert, wenn ihre Messung durch äußere Einflüsse gemeinsam bzw. in ähnlicher Weise verfälscht wird (Großmann, 1969).

### 2.3 Gauß-Markov-Modell

Als Gauß-Markov-Modell der Parameterschätzung wird die vermittelnde Ausgleichung unter Berücksichtigung von Varianz-Kovarianz-Informationen bezeichnet. Es besteht aus dem funktionalen Modell und dem stochastischen Modell. Das funktionale Modell setzt sich aus allen an der Parameterschätzung teilnehmenden Beobachtungsgleichungen zusammen (2.3). Es beschreibt über die Matrix  $\mathbf{A}$  den Zusammenhang zwischen dem Vektor der Beobachtungen  $\mathbf{l}$  und dem Vektor der Unbekannten  $\mathbf{x}$ . Das stochastische Modell ist die Varianz-Kovarianzmatrix der Beobachtungen  $\Sigma_{ll}$  (2.4).

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{l} \quad (2.3)$$

$$\Sigma_{ll} = \sigma_0^2 \cdot \mathbf{Q}_{ll} \quad (2.4)$$

Die Inverse der Kofaktormatrix der Beobachtungen  $\mathbf{Q}_{ll}^{-1}$  wird auch als Gewichtsmatrix  $\mathbf{P}$  bezeichnet. Durch Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate bzw. durch Minimierung der gewichteten Verbesserungsquadratsumme  $\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}$  werden Schätzwerte für die Unbekannten bzw. für die Parameter des funktionalen Modells berechnet. Werden beim Zusammenstellen

der Gewichtsmatrix vorhandene Korrelationen zwischen den Beobachtungen vernachlässigt, so weichen die Ergebnisse von der strengen bzw. korrekten Lösung ab. Das gilt insbesondere auch für die Unbekannten und ihre Varianz-Kovarianzmatrix. Problematisch sind in diesem Zusammenhang vor allem physikalische Korrelationen. Sie werden i.d.R. vernachlässigt, da die korrekte Bestimmung des empirischen Korrelationskoeffizienten zunächst mit hohem Aufwand verbunden ist (Großmann, 1969) und anschließend der Nachweis seiner Signifikanz meistens nicht gelingt (Gotthardt, 1978). Der soeben skizzierte Formelapparat des Gauß-Markov-Modells beruht auf linearen Beobachtungsgleichungen. Das Problem der evtl. erforderlichen Linearisierung wird z.B. von (Niemeier, 2002) behandelt.

## 2.4 Genauigkeitsmaße

### 2.4.1 Präzision, Richtigkeit und Genauigkeit

Anhand des oft benutzten Zielscheibenbeispiels werden die Begriffe Richtigkeit, Präzision und Genauigkeit gemäß (DIN 55350-13) veranschaulicht. Bei guter Richtigkeit sind die systematischen Fehler klein, während bei hoher Präzision die zufälligen Fehler gering sind. Genauigkeit ist der Überbegriff und erfordert Richtigkeit und Präzision.

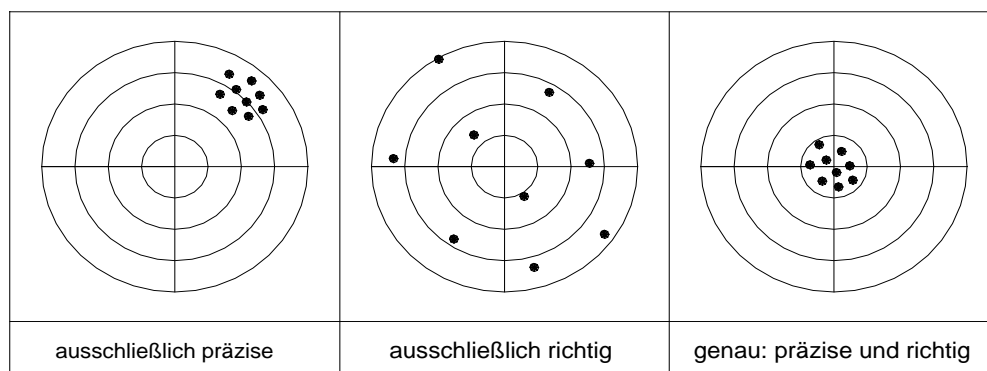


Abb. 2.1: Veranschaulichung der Begriffe Präzision, Richtigkeit und Genauigkeit.

Geodätische Sensoren und Messverfahren werden i.d.R. mit dem Anspruch entwickelt, dass bei der fachgerechten Handhabung die systematischen (Rest-) Fehler in Relation zu den zufälligen Fehlern sehr gering sind. Demzufolge ist die Richtigkeit sehr gut gewährleistet und die Präzision ist praktisch gleichbedeutend mit der Genauigkeit. Das ist der Grund, warum die Begriffe Richtigkeit und Präzision im Gegensatz zur Genauigkeit sowohl im geodätischen Alltag als auch in der geodätischen Fachliteratur eher selten vorkommen.

### 2.4.2 Präzision

Die Standardabweichung ist ein Maß für die Präzision bzw. die Wiederholgenauigkeit, wenn sie auf den Verbesserungen  $v$  basiert. Diese beseitigen den Widerspruch zwischen einer Beobachtung  $l$  und dem wahrscheinlichsten Wert  $x$  der Parameterschätzung (Niemeier, 2002).

$$v = x - l \quad (2.5)$$

---

Im einfachsten Fall einer unkorrelierten und gleichgewichtigen Messreihe, die aus  $n$  Messungen besteht, berechnet sich die Standardabweichung einer Beobachtung mittels (2.6).

$$s_l = \sqrt{\frac{\sum v \cdot v}{n-1}} \quad (2.6)$$

### 2.4.3 Genauigkeit

Die Standardabweichung, die auf wahren Residuen beruht, ist ein gemeinsames Maß für die Präzision und die Richtigkeit. Sie berücksichtigt sowohl zufällige als auch systematische Fehler und erlaubt deshalb eine umfassende Beurteilung der Genauigkeit. Das wahre Residuum  $\varepsilon$  ist die Abweichung einer Beobachtung  $l$  vom wahren Wert  $X$  (Niemeier, 2002).

$$\varepsilon = l - X \quad (2.7)$$

Im einfachsten Fall einer unkorrelierten und gleichgewichtigen Messreihe ist diese Standardabweichung äquivalent zum quadratischen Mittelwert (RMS) der wahren Residuen, wobei der Index  $\varepsilon$  oft vernachlässigt wird.

$$s_l = RMS_{\varepsilon} = RMS = \sqrt{\frac{\sum \varepsilon \cdot \varepsilon}{n}} \quad (2.8)$$

Von seltenen Ausnahmen abgesehen, wie z.B. der Winkelsumme im Dreieck, ist der wahre Wert nicht bekannt. Im Rahmen geodätischer Untersuchungen spielen Soll-Ist-Vergleiche oft eine wesentliche Rolle. Dabei dürfen die Ergebnisse eines hochgenauen Messverfahrens als quasi-wahre Werte gelten, wenn dieses um ein Vielfaches genauer ist als das zu untersuchende Messverfahren. Während (Niemeier, 2002) für den quasi-wahren Wert eine mindestens zehnmal höhere Genauigkeit fordert, erachtet (Wolf, 1968) bereits einen Faktor von vier als ausreichend. Zwar ist auch für das hochgenaue Messverfahren, das sich mangels wahrer Werte i.d.R. über die Präzision qualifiziert, die Existenz systematischer Fehler nicht ausgeschlossen. Es wird jedoch erwartet bzw. zuvor abgeschätzt, dass sie in ähnlicher Größenordnung reduziert sind wie die zufälligen Fehler.

### 2.4.4 Richtigkeit

Die Richtigkeit lässt sich durch den arithmetischen Mittelwert der wahren Residuen beschreiben (2.9). Er enthält bei einer ausreichend großen Anzahl von Beobachtungen die Wirkung aller systematischen Fehler und wird häufig als Bias bezeichnet.

$$Bias = \frac{\sum \varepsilon}{n} \quad (2.9)$$

Es sei darauf hingewiesen, dass beim Soll-Ist-Vergleich auf Grundlage quasi-wahrer Werte der Bias streng genommen die Bias-Differenz zweier Messverfahren ist.



---

### 3 GPS-Beobachtungen und ihre Modellierung

---

#### 3.1 Beobachtungsgleichungen

Die GPS-Satelliten senden Mikrowellensignale im L-Band aus, wobei den Trägerwellen durch Phasenmodulation Codes aufmoduliert werden. Im GPS-Empfänger werden dieselben Codes erzeugt und solange gegen das empfangene Satellitensignal verschoben, bis die Korrelation zwischen den beiden Codes maximal ist. Der Verschiebungsbetrag entspricht dann der Signallaufzeit. Anschließend wird die Signalmodulation beseitigt und die Differenz der Trägerphase zu einem Referenzsignal gemessen, das im Empfänger mit der Nominalfrequenz erzeugt wird (Wanninger, 2000). Für die Codemessung PR bzw. die Phasenmessung  $\varphi$  ergeben sich die Beobachtungsgleichungen (3.1) bzw. (3.2).

$$PR_E^S = c \cdot \Delta T_{E,PR}^S = R_E^S + c \cdot \Delta t_E - c \cdot \Delta t^S + I + T + M_C + \beta_E + \beta^S + \varepsilon_C \quad (3.1)$$

$$\varphi_E^S = \varphi_E - \varphi_S = f \cdot \Delta T_{E,\varphi}^S + N \quad (3.2)$$

Die Phasenlage des Satellitensignals bleibt von der Aussendung bis zum Empfang erhalten. Der Empfänger misst beim Eintreffen ausschließlich diese Phasenlage, d.h. die Anzahl der vollständigen Wellenzyklen bleibt unbekannt und wird deshalb in der Beobachtungsgleichung mit der ganzzahligen Mehrdeutigkeit N berücksichtigt. Durch Multiplikation mit der Wellenlänge  $\lambda$  und weitere Umformungen wird (3.3) erhalten.

$$L_E^S = R_E^S + c \cdot \Delta t_E - c \cdot \Delta t^S - I + T + M + B + A + \lambda \cdot (N + \alpha_E + \alpha^S) + \varepsilon \quad (3.3a)$$

$$L_E^S = R_E^S + c \cdot \Delta t_E - c \cdot \Delta t^S - I + T + M + B + A + \lambda \cdot n + \varepsilon \quad (3.3b)$$

#### *Gemeinsame Größen in beiden Beobachtungsgleichungen*

c	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
$\Delta T$	gemessene Signallaufzeit zwischen Satellit und Empfänger (wobei $\Delta T_{PR}$ und $\Delta T_\varphi$ nicht identisch sind)
R	geometrische Entfernung zwischen Satellit und Empfänger
$\Delta t_E$	Empfängeruhrenfehler (Abweichung zur GPS-Systemzeit)
$\Delta t^S$	Satellitenuhrenfehler (Abweichung zur GPS-Systemzeit)
T	troposphärische Refraktion in Längeneinheiten
I	ionosphärische Refraktion in Längeneinheiten

---

## Weitere Größen der Code-Beobachtungsgleichung

$PR$	Pseudoentfernung zwischen Satellit und Empfänger
$M_C$	Code-Mehrwegefehler
$\beta^S$	instrumentelle Verzögerung des Codes im Satellit (Kabel und Elektronik)
$\beta_E$	instrumentelle Verzögerung des Codes im Empfänger (Kabel und Elektronik)
$\varepsilon_C$	Coderauschen und nicht modellierte systematische Fehler

## Weitere Größen der Phasen-Beobachtungsgleichung

$\varphi$	Phasendifferenz zwischen Satellitensignal und Referenzsignal
$f$	Nominalfrequenz des Signals
$N$	unbekannte Anzahl ganzer Wellenzyklen (Phasenmehrdeutigkeit)
$L$	Phasenmessung in Längeneinheiten
$M$	Phasen-Mehrwegefehler
$B$	Signalbeugung
$A$	Abweichung des Antennenphasenzentrums vom Antennenreferenzpunkt
$\alpha^S$	instrumentelle Phasenverzögerung im Satellit (Kabel und Elektronik)
$\alpha_E$	instrumentelle Phasenverzögerung im Empfänger (Kabel und Elektronik)
$\varepsilon$	Phasenrauschen und nicht modellierte systematische Fehler

## *Hinweise und Erläuterungen*

Je nach GPS-Satellit und Empfänger sind derzeit Code- und Phasenmessungen auf bis zu drei Frequenzen möglich. Diese sind 1575,42 MHz ( $f_1$ ), 1227,60 MHz ( $f_2$ ) und 1176,45 MHz ( $f_5$ ). Die entsprechenden Trägerwellenlängen sind 19,0 cm ( $\lambda_1$ ), 24,4 cm ( $\lambda_2$ ) und 25,5 cm ( $\lambda_5$ ). Derzeit senden nur zwei Satelliten auf der dritten Frequenz  $f_5$  (URL NGA). Sie wird deshalb im Folgenden nicht mehr berücksichtigt.

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde auf Indizes zur Kennzeichnung der Frequenz verzichtet. Einige der genannten Größen sind jedoch frequenzabhängig. Es handelt sich dabei um die ionosphärische Refraktion, die Mehrwegefehler, die instrumentellen Verzögerungen sowie das Messrauschen. Bei den Trägerphasen sind außerdem die Antennenkalibrierwerte und die Phasenmehrdeutigkeit frequenzabhängig.

Die geometrische Entfernung  $R$  ist eine Funktion der Satelliten- und Empfängerkoordinaten (Betrag des Differenzvektors). Bei der Positionsbestimmung sind die Satellitenkoordinaten im Prinzip bekannt. Sie sind jedoch um die Satellitenbahnfehler verfälscht.

---

Das Codesignal unterliegt in der Ionosphäre einer Verzögerung, das Phasensignal hingegen wird beschleunigt (Kapitel 4).

Die ganzzahlige Eigenschaft des Mehrdeutigkeitsterms geht wegen der instrumentellen Verzögerungen verloren ( $N$  ist ganzzahlig,  $n$  nicht). Der Wert des Mehrdeutigkeitsterms bleibt gleich, solange der Empfänger das Satellitensignal ununterbrochen empfängt. Wird der Signalempfang unterbrochen, so muss ein neuer Wert für  $n$  bestimmt werden. Da die instrumentellen Fehler für diesen Zeitraum konstant sind, entspricht die Differenz von  $n_{\text{alt}}$  und  $n_{\text{neu}}$  der Differenz von  $N_{\text{alt}}$  und  $N_{\text{neu}}$  bzw. einer ganzen Anzahl von Wellenzyklen (sog. Phasensprung oder cycle slip).

Dienen die Beobachtungsgleichungen nicht wie hier der Vorbereitung auf anschließende Differenzbildungen, sondern der Präzisen Punktpositionierung, sind weitere Größen zu modellieren. Dazu zählen insbesondere relativistische Effekte (Hofmann-Wellenhopf et al., 2008) sowie der Windup-Effekt für Phasenmessungen (Wu et al., 1993). Um statische Koordinaten bestimmen zu können, muss außerdem die Stationsbewegung im Referenzrahmen epochenweise korrigiert werden.

## 3.2 Fehlerhaushalt für die Phasenbeobachtungen

### 3.2.1 Empfängeruhrenfehler

Der Empfängeruhrenfehler kann die Größenordnung Millisekunden erreichen. Aufgrund seines Driftverhaltens muss er epochenweise bestimmt werden. Mit (3.1) z.B. lässt sich der Uhrenfehler auf ca. 10 bis 100 ns genau bestimmen (entsprechend einer Positionsgenauigkeit von 3 bis 30 m).

### 3.2.2 Satellitenbahn- und Satellitenuhrenfehler

Die Satellitensignale tragen zusätzlich zu den Codes auch die Navigationsnachricht. Sie enthält u.a. Parameter zur Berechnung der Satellitenbahn und des Satellitenuhrenfehlers (sog. broadcast orbit).

Tab. 3.1: RMS der Satellitenbahnen und der Satellitenuhren.

Bezeichnung/Produkt	Satellitenbahn	Satellitenuhr	verfügbar
Broadcast orbit	ca. 1 m	ca. 5 ns	in Echtzeit
IGS Ultra-Rapid (prädiziert)	ca. 5 cm	ca. 3 ns	in Echtzeit
IGS Ultra-Rapid (beobachtet)	ca. 3 cm	ca. 0,15 ns	nach 3 – 9 Stunden
IGS Rapid	ca. 2,5 cm	ca. 0,075 ns	nach 17 – 41 Stunden
IGS Final	ca. 2,5 cm	ca. 0,075 ns	nach 12 bis 18 Tagen

Der Internationale GNSS Service (IGS) stellt präzise Bahnen und Uhren in den Varianten Ultra-Rapid, Rapid und Final zur Verfügung. Die entsprechenden Genauigkeiten sind in der Tabelle 3.1 zusammengestellt (URL IGS). Dabei ist zu beachten, dass der RMS der Satellitenbahn der eindimensionale Mittelwert aus den drei geozentrischen Komponenten X, Y, Z ist.

### 3.2.3 Atmosphärische Refraktion

Die Laufzeitänderungen, die die Satellitensignale in der Atmosphäre erfahren, sind von zentraler Bedeutung für diese Arbeit. Sie werden deshalb gesondert in Kapitel 4 behandelt.

### 3.2.4 Mehrwegeausbreitung

Durch Reflexionen gelangen Satellitensignale auch auf indirektem Wege zur Empfangsantenne. Sie registriert dann die Überlagerung von direktem und reflektiertem Signal, was gemäß (3.4) zu einer Phasenverschiebung, d.h. zum Messfehler  $\delta\varphi$ , führt (Bauer, 2003).

$$\delta\varphi_{(D, \delta\varphi_{\text{refl}})} = \arctan \frac{D \cdot \sin \delta\varphi_{\text{refl}}}{1 + D \cdot \cos \delta\varphi_{\text{refl}}} \quad (3.4)$$

D ist die Dämpfung,  $\delta\varphi_{\text{refl}}$  ist die Phasenverschiebung des reflektierten Signals in Bezug auf das direkte Signal. Wenn das reflektierte Signal dieselbe Stärke wie das direkte Signal hätte, wäre die Dämpfung exakt 1 und die arctan-Funktion hätte für eine Phasenverschiebung von  $\pi$  eine Definitionslücke. Im Bereich dieser Lücke erreicht der Messfehler mit  $\pm\pi/2$  bzw. einem Viertel der Trägerwellenlänge seine theoretischen Maximalwerte. Da reflektierte GPS-Signale immer einer Dämpfung unterliegen, spielt die Definitionslücke in der Realität keine Rolle und die theoretischen Maximalwerte werden nie erreicht. Für eine Dämpfung von 0,5, die nur selten überschritten wird (Bauer, 2003), ergibt sich die Abbildung 3.1. Der Maximalwert des Messfehlers beträgt in diesem Fall ca.  $\pi/6$ , d.h. 1,6 cm für L1 und 2,0 cm für L2.

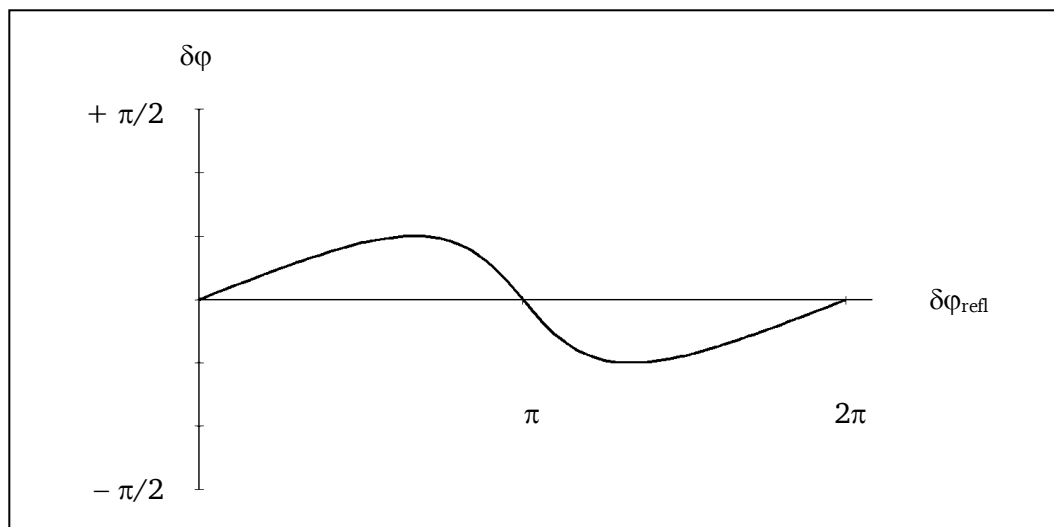


Abb. 3.1: Mehrwegefehler  $\delta\varphi$  in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung  $\delta\varphi_{\text{refl}}$  des reflektierten Signales, wenn dieses einer Dämpfung von 0,5 unterliegt.

---

Aufgrund der Satellitenbewegung verändert sich  $\delta\varphi_{\text{refl}}$  selbst bei statischen Messungen mit der Zeit. Wie in der Abbildung 3.1 hat der Messfehler  $\delta\varphi$  dadurch den Charakter einer Schwingung. Mit abnehmendem Abstand des Reflektors von der Empfangsantenne nimmt deren Periode zu. Wird der Boden als Hauptreflektor betrachtet, so ergibt sich für eine Stativhöhe von ca. 1,5 m eine Periode von maximal 30 Minuten (Bauer, 2003); d.h. nach einer halben Stunde mitteln sich Mehrwegefehler weitgehend heraus. Bei geringerem Reflektorabstand oder kürzeren Beobachtungszeiten können Mehrwegefehler problematisch werden; insbesondere dann, wenn sie durch das Bilden von Linearkombinationen noch verstärkt werden.

Der Einfluss von Mehrwegefehlern auf die geschätzten Koordinaten kann bei dauerhaft installierten GPS-Antennen durch die sog. siderische Filterung deutlich reduziert werden. Erdfest betrachtet wiederholt sich die GPS-Satellitenkonstellation nach einem siderischen Tag (ca. 23 Stunden und 56 Minuten). Falls zuvor alle anderen systematischen Fehler geeignet beseitigt wurden, können bei entsprechend langen Koordinatenzeitreihen die Differenzen zum Mittelwert als Mehrwegekorrektur betrachtet und an zukünftige Beobachtungen, sogar in Echtzeit, angebracht werden. Allerdings sind die Korrekturzeitreihen bei Änderungen im Raumsegment oder der Stationsumgebung neu zu bestimmen. Weitere Aspekte und Ergebnisse zur siderischen Filterung finden sich z.B. bei (Hartinger, 2001) und (Agnew und Larson, 2007).

### 3.2.5 Signalbeugung

Durch die Beugung an Sichthindernissen wird anstelle des Original-Signals ausschließlich ein indirektes Signal empfangen. Dieses Umwegsignal ist in seiner Laufzeit stets verzögert und in seiner Signalstärke deutlich reduziert (Bauer, 2003). Dadurch entsteht ein frequenzunabhängiger, stets positiver Messfehler, der einige Zentimeter betragen und im Extremfall die dm-Größenordnung erreichen kann. Anhand ihrer geringen Signalstärke können Beugungssignale jedoch erkannt und eliminiert oder geeignet herabgewichtet werden. Wegen der geringen Anzahl von Beobachtungen wird bei kurzen Beobachtungszeiten und Echtzeitanwendungen die Herabgewichtung meistens bevorzugt. Sie führt zu einer weitgehenden Beseitigung der Beugungsfehler (Wanninger et al., 2000). Bei langzeitstatischen Beobachtungen hingegen werden Beugungssignale i.d.R. eliminiert. Dies kann wieder a priori auf Grundlage der Signalstärke oder durch Ausreißertests geschehen.

### 3.2.6 Variationen des Antennenphasenzentrums

Das Antennenphasenzentrum, der Referenzpunkt für den Empfang der Trägerwellen, befindet sich aus elektronischer Sicht nicht an einem festen Ort, sondern unterliegt Schwankungen, den sog. Phasenzentrumvariationen (PZV). Sie sind vom Trägersignal selbst sowie von der Elevation und vom Azimut der Satellitensignale abhängig und werden durch Kalibrierung bestimmt. Die Größenordnung der Restfehler beträgt ca. 1 mm. Sie werden deshalb in den nachfolgenden Beobachtungsgleichungen vernachlässigt.

---

### 3.3 Stochastisches Modell

#### 3.3.1 Signal-zu-Rausch-Verhältnis und Signalstörungen

Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis oder auch SNR ist eine Möglichkeit, die Güte des Signalempfangs zu beschreiben. Die Signalverarbeitungseigenschaften der GPS-Empfängerantennen und die Signaldämpfung in der Atmosphäre führen dazu, dass das Signal-zu-Rausch-Verhältnis bei ungestörtem Empfang elevationsabhängig ist (Wanninger et al., 2000). (Wanninger et al., 2000) beschreiben darüber hinaus Signalstörungen, die zu einer Beeinträchtigung des SNR führen. Es sind dies im Einzelnen

- die bereits erwähnte Beugung; sie ist mit einem deutlichen Abfall des SNR verbunden,
- die ebenfalls bereits beschriebenen Mehrwegefehler; sie führen zu SNR-Schwankungen, die allerdings wesentlich geringer ausfallen, als die beugungsbedingten SNR-Verluste,
- sowie elektromagnetische Störungen, die insbesondere das L2-Signal betreffen, sowie kleinräumige ionosphärische Störungen; in beiden Fällen kann der SNR-Verlust so groß sein, dass die Signalverarbeitung bzw. Messung nicht mehr möglich ist.

#### 3.3.2 Elevationsabhängige Gewichtung

Die prinzipielle Elevationsabhängigkeit kann durch den recht einfachen Gewichtsansatz (3.5) berücksichtigt werden (Dach et al., 2007). Dabei ist das Gewicht  $p$  ausschließlich eine Funktion des Zenitwinkels  $z$ .

$$\boxed{p_{(z)} = \cos^2(z)} \quad (3.5)$$

#### 3.3.3 SNR-abhängige Gewichtung

GPS-Empfänger registrieren bei der Phasenmessung auch das Signal-zu-Rausch-Verhältnis. Daraus lässt sich über eine Exponentialfunktion die a-priori-Standardabweichung bzw. das Gewicht einer GPS-Beobachtung berechnen (Brunner et al., 1999). Dieser Ansatz ist besser als die elevationsabhängige Gewichtung gemäß (3.5), da er über das SNR auch Signalstörungen berücksichtigt.

#### 3.3.4 $\Delta$ SNR-abhängige Gewichtung

Eine Weiterentwicklung der SNR-abhängigen Gewichtung ist die  $\Delta$ SNR-abhängige Gewichtung. Dabei wird das Gewicht einer Beobachtung reduziert, falls ihr SNR geringer ist, als es unter Berücksichtigung der Satellitenelevation sein sollte. (Brunner et al., 1999) und (Wanninger et al., 2000) konnten zeigen, dass dieser Ansatz im Experiment den beiden anderen überlegen ist. Er sollte deshalb insbesondere bei kurzen Beobachtungszeiten und Echtzeitanwendungen verwendet werden.

---

## 4 Atmosphärische Refraktion

---

### 4.1 Aufbau der Atmosphäre

Die Lufthülle der Erde ist in sphärischen Schichten aufgebaut, wobei je nach Betrachtungsweise verschiedene Schichteinteilungen üblich sind. Eine Einteilung nach Mikrowellenausbreitung wird auf Grundlage der Einteilungen nach Temperatur und Ionisierung vorgenommen (Abb. 4.1). Dabei werden die (eigentliche) Troposphäre und die unteren Schichten der Stratosphäre zur Troposphäre, die (eigentliche) Ionosphäre mit der darüber liegenden Protonosphäre zur Ionosphäre zusammengefasst (Bauer, 2003).

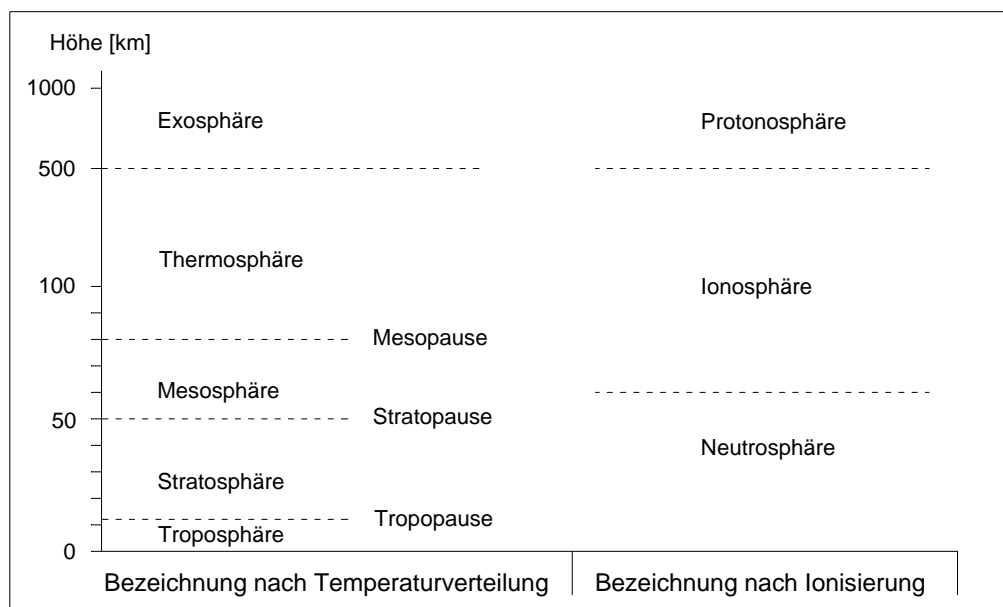


Abb. 4.1: Vertikaler Aufbau der Atmosphäre bis 1000 km Höhe.

Im Folgenden wird ausschließlich diese Einteilung verwendet. In der Troposphäre und Ionosphäre weicht die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Mikrowellen von der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ab, d.h. der Brechungsindex ist verschieden von 1.

#### 4.1.1 Troposphäre

Die Troposphäre ist die unterste Schicht der Erdatmosphäre und reicht von der Erdoberfläche bis ca. 40 km Höhe. Sie enthält elektrisch neutrale Gasmoleküle, die über 99% der gesamten Atmosphärenmasse ausmachen (Seeber, 1989). Innerhalb der Troposphäre nimmt die Dichte nach oben hin ab. Deshalb ist der Brechungsindex an der Erdoberfläche am größten, nimmt mit zunehmender Höhe ab und erreicht am äußeren Rand der Troposphäre den Wert 1 (Seeber, 1989). Für Mikrowellen ist die Troposphäre ein nicht-dispersives Medium.

### 4.1.2 Ionosphäre

Die Ionosphäre erstreckt sich von ca. 60 bis 1000 km Höhe. Die sich darin befindlichen Gase wirken praktisch nicht durch ihre Masse bzw. Dichte auf die Ausbreitungsgeschwindigkeit, sondern aufgrund ihres Ionisierungsgrades. Ionen und Elektronen entstehen aus elektrisch neutralen Gasmolekülen im Wesentlichen aufgrund der Sonnenstrahlung. Der Ionisierungsgrad und somit ionosphärisch bedingte Laufzeitveränderungen sind deshalb stark von der Sonnenaktivität abhängig, d.h. insbesondere von der Tageszeit, vom 11-jährigen Sonnenaktivitätszyklus und von der Jahreszeit.

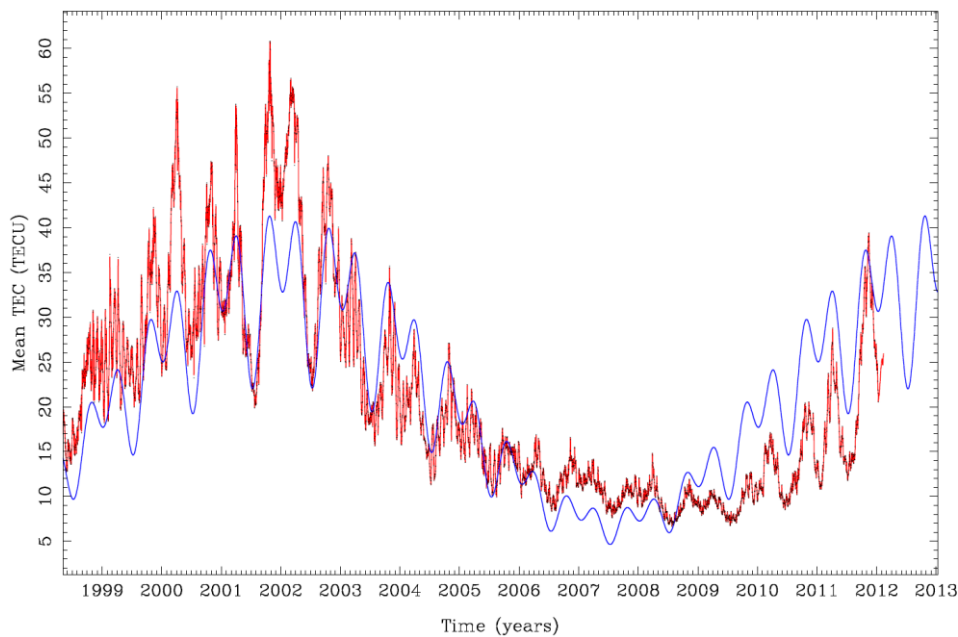


Abb. 4.2: Mittlere globale Ionisierung in TECU: Messung (rot) und Prädiktion (blau).

Im Hinblick auf die Ausbreitung elektromagnetischer Signale ist ein homogener hoher Ionisierungsgrad, der sich nur langsam mit der Zeit ändert, kaum problematisch. Wesentlich schwerwiegender sind in diesem Zusammenhang ionosphärische Störungen, bei denen der Ionisierungsgrad über kurze Zeiträume stark schwankt (Wanninger, 2002a). In mittleren Breiten treten die bereits erwähnten kleinräumigen ionosphärischen Störungen seltener und weniger schwerwiegend auf als in den Äquator- und Polarregionen (Bauer, 2003). Darüber hinaus gibt es in mittleren Breiten sog. Medium Scale Travelling Ionospheric Disturbances (MSTID), wandernde ionosphärische Störungen mittlerer Ausdehnung. Sie haben Perioden von wenigen Minuten bis zu einer Stunde und treten insbesondere in den Tageslichtstunden der Wintermonate in den Maxima-Jahren des Sonnenaktivitätszyklus auf (Bauer, 2003). Die räumliche Ausdehnung bzw. die Wellenlängen der MSTID liegen im Bereich von 100 km und mehr (Wanninger, 2000).

Für Mikrowellen ist die Ionosphäre ein dispersives Medium. In dispersiven Medien ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen von ihrer Wellenlänge bzw. von ihrer Frequenz abhängig.



## 4.2 Refraktion elektromagnetischer Wellen

Breiten sich elektromagnetische Wellen in einem Medium aus, so weicht ihre Ausbreitungsgeschwindigkeit  $v$  ab von  $c$ , der Ausbreitungsgeschwindigkeit im Vakuum. Das Maß der Abweichung wird dabei durch den Brechungsindex  $n$  beschrieben (Joeckel et al., 2008).

$$v \cdot n = c \quad (4.1)$$

Für Medien, deren Brechungsindex nur geringfügig verschieden von 1 ist, wird stattdessen häufig die Brechzahl  $N$  verwendet (Joeckel et al., 2008).

$$N = (n - 1) \cdot 10^6 \quad (4.2)$$

Sofern keine Totalreflexion zustande kommt, werden elektromagnetische Wellen an der Grenzfläche zweier durchlässiger Medien einerseits reflektiert und andererseits zum dichteren Medium hin gebrochen.

Durchlaufen elektromagnetische Wellen die Erdatmosphäre, so weicht also zunächst ihre Ausbreitungsgeschwindigkeit von  $c$  ab und außerdem unterliegen sie, insbesondere bei sehr tiefen Elevationen, der Strahlkrümmung. Beide Effekte werden unter dem Begriff der atmosphärischen Refraktion zusammengefasst.

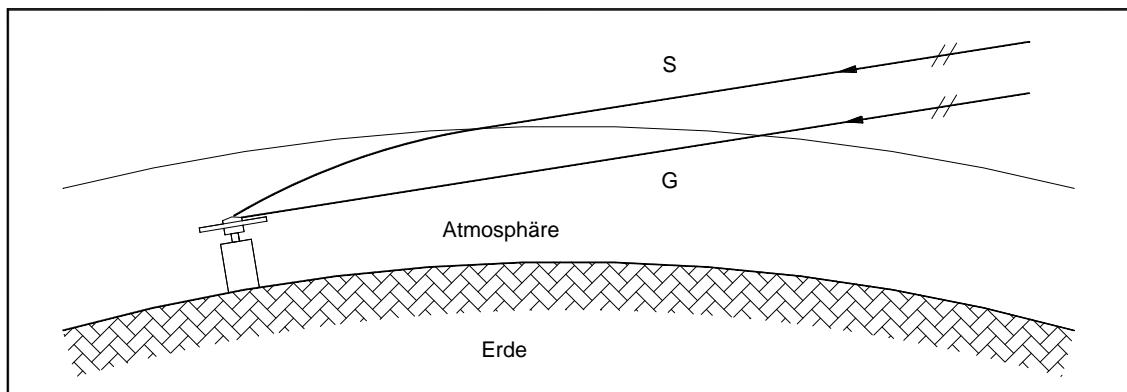


Abb. 4.3: Atmosphärische Refraktion elektromagnetischer Wellen.

Wegen der atmosphärischen Refraktion läuft ein elektromagnetisches Signal nicht längs der geradlinigen Distanz  $G$ , sondern entlang des gekrümmten Signalweges  $S$  (Abb. 4.3). Für ein infinitesimales Wegstück  $ds$  wird dabei die Zeit  $dt$  benötigt (Bauer, 2003).

$$dt = \frac{ds}{v} = \frac{1}{c} \cdot n_{(s)} \cdot ds \quad (4.3)$$

Die gesamte Signallaufzeit wird durch Integration längs des Signalweges  $S$  erhalten (4.4).

$$\Delta t = \frac{1}{c} \cdot \int_S n_{(s)} ds \quad (4.4)$$

Durch Multiplikation mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$  und nach Subtraktion der geradlinigen Distanz  $G$  wird der Effekt der atmosphärischen Refraktion in Längeneinheiten erhalten (4.5).

$$\Delta s_{Atmo} = \int_S n_{(s)} ds - G = \int_S n_{(s)} ds - (S - (S - G)) = \int_S (n_{(s)} - 1) ds + (S - G) \quad (4.5)$$

Unter Verwendung von (4.2) wird daraus (4.6).

$$\Delta s_{Atmo} = 10^{-6} \cdot \int_S N_{(s)} ds + (S - G) \quad (4.6)$$

Der zweite Term beschreibt die Auswirkung der Strahlkrümmung und wird, weil er sehr klein ist, i.d.R. vernachlässigt (Bauer, 2003).

Entsteht ein elektromagnetisches Signal durch Überlagerung aus zwei oder mehr Wellen unterschiedlicher Frequenzen, so breitet sich die resultierende Wellengruppe mit der Gruppengeschwindigkeit aus. Die Phasengeschwindigkeit hingegen ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit eines einzelnen Wellenberges. Der Zusammenhang zwischen Gruppen- und Phasengeschwindigkeit wird durch (4.7) beschrieben (Bauer, 2003). Die beiden Geschwindigkeiten unterscheiden sich also nur in dispersiven Medien. Gemäß (4.1) gilt (4.7) analog für die Brechungsindizes (4.8).

$$v_{Gr} = v_{Ph} - \lambda \cdot \frac{dv_{Ph}}{d\lambda} \quad (4.7)$$

$$n_{Gr} = n_{Ph} - \lambda \cdot \frac{dn_{Ph}}{d\lambda} = n_{Ph} + f \cdot \frac{dn_{Ph}}{df} \quad (4.8)$$

### 4.3 Troposphärische Refraktion

Basierend auf (4.6) wird mit (4.9) die troposphärische Refraktion in Längeneinheiten erhalten.

$$\Delta s_{Tropo} = T_{Kapitel 3} = 10^{-6} \cdot \int_{h_A}^{h_E} N_{(s)} ds \quad (4.9)$$

Nach (Joeckel et al., 2008) kann die Brechzahl  $N$  in Bodennähe mit (4.10) berechnet werden.

$$N_{Mikrowellen}^{Bodennähe} = \frac{77,6890}{T} \cdot (p - e) + 71,2952 \cdot \frac{e}{T} + 375463 \cdot \frac{e}{T^2} \quad (4.10)$$

mit  $p$  Luftdruck in hPa

$T$  Temperatur in K

$e$  Partialdruck des Wasserdampfes bzw. der feuchten Luft in hPa

$p - e$  Partialdruck der trockenen Luft in hPa

$N$  ist stets positiv, d.h. die troposphärische Refraktion führt immer zu einer Laufzeitverzögerung.

Da die obere Grenze  $h_E$  in (4.9) für trockene und feuchte Luft verschieden ist, ist eine entsprechende Aufteilung auch für (4.10) erforderlich.

$$N_{\text{Bodennähe trockene Luft}} = N_{d0} = \frac{77,6890}{T} \cdot (p - e) \quad (4.11a)$$

$$N_{\text{Bodennähe feuchte Luft}} = N_{w0} = 71,2952 \cdot \frac{e}{T} + 375463 \cdot \frac{e}{T^2} \quad (4.11b)$$

#### 4.3.1 Hopfield-Modell

Für die Höhenabhängigkeit der Brechzahl  $N_d$  konnte Helen Hopfield 1969 aus theoretischen Überlegungen und Messungen die Formeln (4.12a) und (4.13a) herleiten (Seeber, 1989).

$$N_{d(h)} = N_{d0} \cdot \left( \frac{h_d - h}{h_d} \right)^4 \quad (4.12a)$$

Dabei ist  $N_{d0}$  die Brechzahl an der Erdoberfläche aus (4.11a),  $h$  ist die Höhe über der Erdoberfläche und  $h_d$  berechnet sich aus (4.13a).

$$h_{d[m]} = 40136 + 148,72 \cdot (T - 273,16) \quad (4.13a)$$

Da eine theoretisch begründete Herleitung für die feuchte Luft (bis heute) nicht gefunden werden konnte, wird die zu (4.12a) analoge Formel (4.12b) mit einem Mittelwert für die Höhe  $h_w$  verwendet (Seeber, 1989).

$$N_{w(h)} = N_{w0} \cdot \left( \frac{h_w - h}{h_w} \right)^4 \quad (4.12b) \quad h_w = 11000 \text{ m} \quad (4.13b)$$

Ausgehend von (4.9) ist die Aufteilung nach trockener und feuchter Luft in (4.14) berücksichtigt. Da sich die Höhen  $h$  auf die Erdoberfläche beziehen, ist  $h_A$  stets 0. Durch die Integration von (4.14) ergibt sich (4.15) für die troposphärische Refraktion von Zenitbeobachtungen ( $ds = dh$ ).

$$\Delta s_{\text{Tropo}} = 10^{-6} \cdot \left( \int_{h_A}^{h_d} N_{d(s)} ds + \int_{h_A}^{h_w} N_{w(s)} ds \right) \quad (4.14)$$

$$\Delta s_{\text{Tropo}}^{\text{Zenit}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot (N_{d0} \cdot h_d + N_{w0} \cdot h_w) \quad (4.15)$$

Die Umrechnung von (4.15) auf im Prinzip beliebige Zenitwinkel geschieht durch Multiplikation mit sog. Mapping-Funktionen (Kapitel 4.3.3). Einfache, ausschließlich elevationsabhängige Mapping-Funktionen für den trockenen sowie den feuchten Anteil in (4.15) publizierte Hopfield 1971 (Seeber, 1989). Bei Remondi (1984) findet sich eine Modell-Variante, die basierend auf (4.14) unmittelbar längs des Signalweges integriert.

### 4.3.2 Saastamoinen-Modell

Saastamoinen veröffentlichte 1973 mit (4.16) ein weiteres Modell zur Berechnung der troposphärischen Refraktion von Mikrowellen (Saastamoinen, 1973). Dabei ist A ein Korrekturfaktor zur Berücksichtigung der Stationsbreite  $\varphi$  und der Stationshöhe über dem Meeresspiegel H in km.

$$\Delta s_{Tropo} = A \cdot 2,277 \cdot 10^{-3} \cdot \sec(z') \cdot \left[ p + \left( \frac{1255}{T} + 0,05 \right) \cdot e - B \cdot \tan^2(z') \right] + \delta_R \quad (4.16)$$

$$A = 1 + 2,6 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(2\varphi) + 0,28 \cdot 10^{-3} \cdot H \quad (4.17)$$

Die meteorologischen Parameter sind in den Einheiten hPa bzw. K einzusetzen. B ist eine weitere Höhenkorrektur. Zudem sind die beobachteten bzw. scheinbaren Zenitwinkel  $z'$  in refraktionsfreie Zenitwinkel umzurechnen und für  $z'$  zwischen  $60^\circ$  und  $80^\circ$  ist die Korrektur  $\delta_R$  anzubringen (womit zugleich deutlich wird, dass die Mindestelevation des Modells  $10^\circ$  beträgt). Für Zenitbeobachtungen vereinfacht sich (4.16) zu (4.18).

$$\Delta s_{Tropo}^{Zenit} = A \cdot 2,277 \cdot 10^{-3} \cdot \sec(z) \cdot \left[ p + \left( \frac{1255}{T} + 0,05 \right) \cdot e \right] \quad (4.18)$$

### 4.3.3 Mapping-Funktionen

Die zenitalen Laufzeitverzögerungen werden durch Multiplikation mit Mapping-Funktionen  $m_{(z)}$  auf andere Zenitwinkel  $z$  umgerechnet (4.19).

$$\Delta s_{Tropo} = \Delta s_d^{Zenit} \cdot m_{d(z)} + \Delta s_w^{Zenit} \cdot m_{w(z)} \quad (4.19)$$

Beispielhaft wird im Folgenden die weit verbreitete Niell Mapping-Funktion vorgestellt (Niell, 1996). Sie verwendet, wie viele andere Mapping-Funktionen auch, zunächst die allgemeine Formel (4.20).

$$m_{(a,b,c,z)} = \frac{1 + \frac{a}{1 + \frac{b}{1 + c}}}{\cos(z) + \frac{a}{\cos(z) + \frac{b}{\cos(z) + c}}} \quad (4.20)$$

Die Niell Mapping-Funktion besteht genau genommen aus zwei Funktionen, da trockene und feuchte Luft getrennt behandelt werden.

$$m_d = m_{(a_d, b_d, c_d, z)} + \left( \frac{1}{\cos(z)} - m_{(a_{ht}, b_{ht}, c_{ht}, z)} \right) \cdot H \quad (4.21)$$

$$m_w = m_{(a_w, b_w, c_w, z)} \quad (4.22)$$

Niell bestimmte Werte für die Koeffizienten  $a_{avg}$  und  $a_{amp}$  in (4.23) sowie für  $a$  in (4.24) für die Breiten  $\varphi_{tab}$  von  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  und  $75^\circ$ .

$$a_{d,tab} = a_{avg(\varphi_{tab})} - a_{amp(\varphi_{tab})} \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{doy - doy_0}{365,25}\right) \quad (4.23)$$

$$a_{w,tab} = a_{(\varphi_{tab})} \quad (4.24)$$

Letztlich werden  $a_d$  und  $a_w$  aus den beiden nächsten  $a_{d,tab}$  bzw.  $a_{w,tab}$  linear interpoliert; für  $b_d$ ,  $c_d$ ,  $b_w$  und  $c_w$  wird analog vorgegangen. Die Werte für  $a_{ht}$ ,  $b_{ht}$  und  $c_{ht}$  sind breitenunabhängig, die Höhe über dem Meeresspiegel  $H$  ist in km einzusetzen. Die Größe  $doy$  ist der Tag im Jahr und  $doy_0$  ist 28 für die Nordhalbkugel bzw. 210,625 für die Südhalbkugel. Der Definitionsbereich der Niell Mapping-Funktion umfasst Zenitwinkel bis  $87^\circ$ . Die Koeffizienten der trockenen Niell Mapping-Funktion sind also von der Jahreszeit sowie der Stationsbreite abhängig; außerdem ist eine höhenabhängige Korrektur anzubringen. Die Koeffizienten der feuchten Niell Mapping-Funktion sind ausschließlich breitenabhängig. Da zur Berechnung ihrer Funktionswerte im Gegensatz zu vielen anderen Mapping-Funktionen meteorologische Daten nicht benötigt werden, ist die Niell Mapping-Funktion insbesondere für Echtzeitanwendungen geeignet.

#### 4.3.4 Meteorologische Daten

Zur Berechnung der zenitalen Laufzeitverzögerung hingegen sind die meteorologischen Daten Temperatur, Luftdruck und Wasserdampfdruck bzw. relative Feuchte in jedem Fall erforderlich. Sie lassen sich bei entsprechendem Aufwand mit hoher Genauigkeit messen. Anschließend ergibt sich aber eine Reihe von Problemen. Die Annahmen bzw. Bedingungen, die Bestandteil von (4.12a) sind, treffen global zwar weitgehend zu; lokale Abweichungen sind aber stets möglich. Der entsprechende Ausdruck für die feuchte Luft (4.12b) ist theoretisch nicht begründet und somit als Näherung zu betrachten. Selbst wenn alle Annahmen präzise zutreffen und die Messung der meteorologischen Daten auf der Station hochgenau gelingt, so gewährleistet dies ausschließlich eine hochgenaue zenitale Laufzeitverzögerung. Deren Umrechnung auf andere Zenitwinkel mittels einer Mapping-Funktion kann dann immer noch aufgrund lokaler Variationen des Wasserdampfgehaltes unzutreffend sein. Tatsächlich zeigten Brunner und Tregoning bereits 1994, dass sich die Messung der meteorologischen Daten nicht lohnt und stattdessen anders vorgegangen werden sollte (Brunner und Tregoning, 1994). Unter Verwendung einer Standardatmosphäre werden zunächst a-priori-Korrekturen entweder für die gesamte Laufzeitverzögerung oder ausschließlich für ihren trockenen Anteil angebracht. Brunner und Tregoning verweisen auf (Rothacher, 1992), der die meteorologischen Daten mit den Formeln (4.25) extrapoliert, wobei  $H$  die Stationshöhe über dem Meeresniveau in km ist. Andere Autoren wie z.B. (Kleijer, 2004) und (Bauer, 2003) verwenden identische bzw. weitgehend äquivalente Formeln für die Temperatur bzw. den Druck. Die relative Luftfeuchte jedoch nehmen sie höhenunabhängig mit 50% an.

$$t_{[^{\circ}\text{C}]} = t_0 - 6.5 \cdot H \quad (4.25a)$$

$$p_{[\text{mbar}]} = p_0 \cdot (1 - 0,0226 \cdot H)^{5,225} \quad (4.25b)$$

$$F_{\text{rel}} = F_{\text{rel},0} \cdot e^{-0,6396H} \quad (4.25c)$$

Die zuvor beschriebenen Probleme betreffen weit überwiegend den feuchten Anteil der Laufzeitverzögerung. Deshalb wird unabhängig davon, ob a-priori-Korrekturen für die gesamte Verzögerung oder nur für ihren trockenen Anteil angebracht wurden, davon ausgegangen, dass der verbleibende unbekannte Anteil der Laufzeitverzögerung feuchten Ursprungs ist. Er kann daher in der GPS-Auswertung unter Verwendung einer Mapping-Funktion für feuchte Luft geschätzt werden. Da der Wasserdampfgehalt auch zeitlich variiert, ist dieser Parameter alle ein bis zwei Stunden neu aufzusetzen.

#### 4.3.5 Quantifizierung der troposphärischen Refraktion

Die Tabelle 4.1 gibt die trockene und feuchte troposphärische Refraktion des Hopfield-Modells (4.15) unter Verwendung der Formeln (4.11a) und (4.11b) sowie der trockenen bzw. feuchten Niell Mapping-Funktion wieder. Temperatur, Druck und relative Luftfeuchte auf Meeresniveau wurden mit 15 °C, 1013,25 hPa und 50 % angenommen und mit (4.25) extrapoliert. Des Weiteren ist die Breite 50° Nord und der Tag im Jahr 100 (Frühjahr). Es wird deutlich, dass der trockene Anteil über 95% der gesamten Laufzeitverzögerung beträgt.

Tab. 4.1: troposphärische Refraktion (Hopfield-Modell und Niell Mapping-Funktionen) in Abhängigkeit von der Elevation und der Stationshöhe über dem Meeresspiegel.

		Troposphärische Refraktion					
Elevation [°]	z [°]	H = 0 m t <sub>0</sub> = 15,00 °C p <sub>0</sub> = 1013,25 hPa F <sub>0</sub> = 50,00 %		H = 500 m t = 11,75 °C p = 954,84 hPa F = 36,31 %		H = 1000 m t = 8,50 °C p = 899,18 hPa F = 26,38 %	
		Δs <sub>d</sub> [m]	Δs <sub>w</sub> [m]	Δs <sub>d</sub> [m]	Δs <sub>w</sub> [m]	Δs <sub>d</sub> [m]	Δs <sub>w</sub> [m]
90	0	2,30	0,09	2,17	0,05	2,05	0,03
30	60	4,57	0,18	4,32	0,11	4,08	0,06
15	75	8,72	0,35	8,25	0,21	7,78	0,12
10	80	12,75	0,51	12,05	0,31	11,38	0,18
5	85	23,28	0,97	22,03	0,58	20,81	0,35
3	87	33,69	1,48	31,91	0,89	30,17	0,53

#### 4.4 Ionosphärische Refraktion

Analog zur Troposphäre wird auch die ionosphärische Refraktion durch Integration entlang des Signalweges erhalten.

$$\Delta s_{Iono} = I_{Kapitel\ 3} = \int_{h_A \approx 60 \text{ km}}^{h_E \approx 1000 \text{ km}} (n_{(s)} - 1) ds \quad (4.26)$$

Nach Seeber (1989) gilt für den Phasenbrechungsindex (4.27).

$$n_{ph(s)} = 1 + \frac{c_{2(s)}}{f^2} + \frac{c_{3(s)}}{f^3} + \frac{c_{4(s)}}{f^4} + \dots \quad (4.27)$$

Für die GPS-Frequenzen sind die Terme 3. und höherer Ordnung verschwindend gering gegenüber dem Term 2. Ordnung (Kapitel 4.4.2). Aus (4.27) wird bei entsprechender Vernachlässigung und einer Konkretisierung von  $c_2$  (4.28) erhalten (Bauer, 2003).

$$n_{ph(s)} = 1 - \frac{40,3 \cdot n_{e(s)}}{f^2} \quad (4.28)$$

Der Parameter  $n_e$  ist die Dichte der freien Elektronen in der Einheit Elektronenanzahl/m<sup>3</sup> und beschreibt den Ionisierungsgrad. Durch Differenzieren wird, wiederum bei Beschränkung auf den Term 2. Ordnung, der Gruppenbrechungsindex gemäß (4.8) berechnet.

$$n_{Gr(s)} = n_{ph(s)} + f \cdot \frac{dn_{ph}}{df} = 1 + \frac{40,3 \cdot n_{e(s)}}{f^2} \quad (4.29)$$

Die Refraktion einer Wellengruppe (4.30) berechnet sich also aus (4.26) mit  $n_{Gr}$  aus (4.29); für die Phase einer einzelnen Welle gilt analog (4.31).

$$\Delta s_{Iono, Gr} = \frac{40,3}{f^2} \cdot \int_{h_A \approx 60 \text{ km}}^{h_E \approx 1000 \text{ km}} n_{e(s)} ds = \frac{40,3}{f^2} \cdot TEC \quad (4.30)$$

$$\Delta s_{Iono, Ph} = -\frac{40,3}{f^2} \cdot \int_{h_A \approx 60 \text{ km}}^{h_E \approx 1000 \text{ km}} n_{e(s)} ds = -\frac{40,3}{f^2} \cdot TEC \quad (4.31)$$

Aus (4.30) und (4.31) wird deutlich, dass die Refraktion im Vorzeichen verschieden, im Absolutbetrag hingegen identisch ist, wenn die Summe in (4.27) nach dem quadratischen Term abgebrochen wird. Die Größe TEC bezeichnet den integrierten Elektroneninhalt (total electron content). Der TEC ist die Anzahl der freien Elektronen, die sich in einer Säule vom Satelliten zum Empfänger mit einer Grundfläche von 1 m<sup>2</sup> befinden (Bauer, 2003). Er wird üblicherweise in der Einheit TECU (TEC units) angegeben.

$$1 \text{ TECU} = 10^{16} \text{ freie Elektronen} / \text{m}^2 \quad (4.32)$$





Der ionosphärische Restfehler dieser Linearkombination kann bei Phasenbeobachtungen 0,05 bis 0,1% der ionosphärischen Refraktion des L1-Signals betragen (Datta-Barua et al., 2008).

#### 4.4.3 Quantifizierung der ionosphärischen Refraktion

Die Tabelle 4.2 enthält die ionosphärische Refraktion eines Ein-Schicht-Modells für ausgewählte VTEC-Werte. Ein VTEC von 100 TECU wird in mittleren Breiten selbst bei einem sehr hohen Ionisierungsgrad nur sehr selten erreicht (Wanninger, 2000). Global betrachtet weist die Äquatorregion die stärkste Ionisierung auf. Dort wurden im Jahre 2003 VTEC-Werte beobachtet, die 200 TECU deutlich überschritten (URL CODE-2).

Zur Berechnung der Tabellenwerte wurden ein Erdradius von 6371 km und eine Höhe der Ionosphärenschicht von 450 km verwendet. Phasensignale werden gemäß (4.31) beschleunigt. Für Codesignale hingegen ist die Gruppengeschwindigkeit maßgebend, weshalb sich ihre Laufzeit verzögert. Zu beachten ist außerdem die Abhängigkeit von den GPS-Frequenzen  $f_1$  und  $f_2$ . Da die Umrechnung des VTEC in den TEC des Signalweges über den Zenitwinkel  $z'$  am Durchstoßpunkt geschieht, nimmt die ionosphärische Refraktion bei sinkender Elevation im Vergleich zur troposphärischen Refraktion nur moderat zu. Der maximale ionosphärische Restfehler der ionosphärenfreien Linearkombination beträgt für Phasenbeobachtungen bei  $5^\circ$  Elevation und 100 TECU 2 bis 4 cm. Es handelt sich dabei um Extremwerte, die in mittleren Breiten nur äußerst selten erreicht werden.

Tab. 4.2: ionosphärische Refraktion in Abhängigkeit von Elevation, VTEC und Frequenz.

Elevation [°]	$z'$ [°]	Ionosphärische Refraktion					
		VTEC = 50 TECU		VTEC = 100 TECU		VTEC = 300 TECU	
		$\Delta s_{f_1}$ [m]	$\Delta s_{f_2}$ [m]	$\Delta s_{f_1}$ [m]	$\Delta s_{f_2}$ [m]	$\Delta s_{f_1}$ [m]	$\Delta s_{f_2}$ [m]
90	0	8,12	13,37	16,24	26,74	48,71	80,23
30	54,0	13,81	22,74	27,62	45,48	82,85	136,45
15	64,4	18,82	31,00	37,65	62,00	112,94	186,00
10	66,9	20,69	34,08	41,39	68,17	124,17	204,50
5	68,5	22,16	36,50	44,32	72,99	132,96	218,98
3	68,9	22,52	37,09	45,04	74,17	135,11	222,52

---

## 5 Funktionen von GPS-Beobachtungen und ihre Modellierung

---

### 5.1 Beobachtungsgleichung der Doppeldifferenz

Die Funktion  $\nabla\Delta L$  (5.1) der Phasenbeobachtungsgleichungen (3.3) wird als Doppeldifferenz, der Raumvektor zwischen den Stationen A und B als Basislinie bezeichnet (Hofmann-Wellenhof et al., 2008). Dies gilt analog auch für die Codebeobachtungen, Codedoppeldifferenzen spielen im Rahmen dieser Arbeit jedoch keine Rolle.

$$\nabla\Delta L_{AB}^{jk} = L_A^j - L_B^j - (L_A^k - L_B^k) \quad (5.1a)$$

$$\nabla\Delta L_{AB}^{jk} = \nabla\Delta R_{AB}^{jk} + \nabla\Delta T_{AB}^{jk} - \nabla\Delta I_{AB}^{jk} + \lambda \cdot \nabla\Delta N_{AB}^{jk} + \nabla\Delta M_{AB}^{jk} + \nabla\Delta B_{AB}^{jk} + \nabla\Delta \varepsilon_{AB}^{jk} \quad (5.1b)$$

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird für die Doppeldifferenzen im Folgenden die Formel-darstellung (5.1c) verwendet.

$$\nabla\Delta L = R + T - I + \lambda \cdot N + M + B \quad (5.1c)$$

Zunächst sind die ganzzahligen Mehrdeutigkeiten unbekannt, weshalb sie in der Parameterschätzung als reelle Zahlen geschätzt werden müssen. Dementsprechend wird das Ergebnis der Parameterschätzung als float-Lösung bezeichnet. Nach erfolgreicher Festsetzung der ganzzahligen Mehrdeutigkeiten werden diese in (5.1c) eingeführt. Sie entfallen als Unbekannte und es kann eine sog. fixed-Lösung berechnet werden. Durch die Differenzbildung werden außerdem einige der Größen bzw. Fehler eliminiert, die in (3.3) noch enthalten sind. Eine ausführliche Betrachtung folgt im nächsten Kapitel.

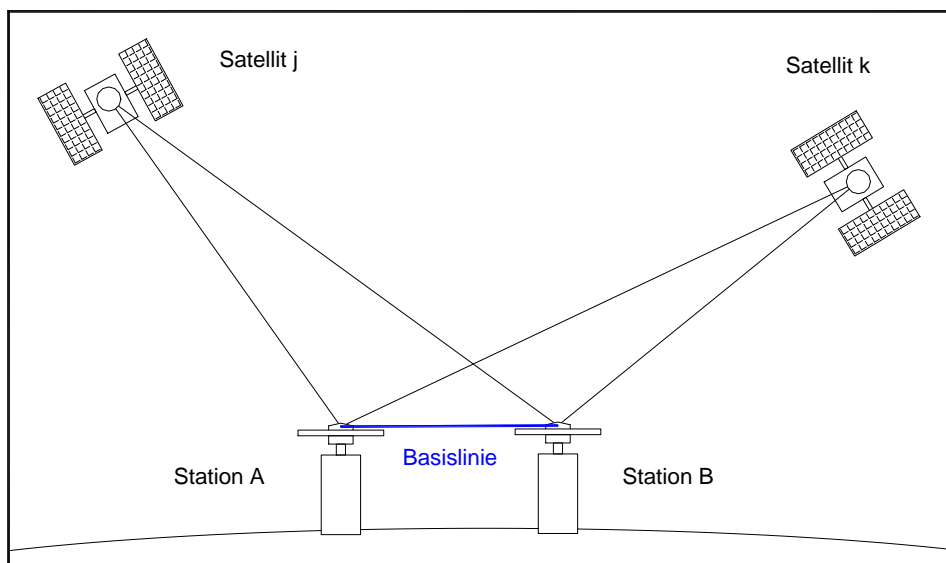


Abb. 5.1: Doppeldifferenz zweier Satelliten und Empfänger.

---

## 5.2 Fehlerhaushalt der Doppeldifferenz

### 5.2.1 Uhrenfehler und instrumentelle Verzögerungen

Jeder der beiden Empfänger misst die Satellitensignale einer Epoche exakt simultan, die Empfängeruhrenfehler werden durch Doppeldifferenzbildung also vollständig eliminiert. Um die Satellitenposition zum Zeitpunkt der Signalausendung berechnen zu können, muss der Empfängeruhrenfehler jedoch mit einer Genauigkeit von ca. 1 µs bekannt sein bzw. zuvor berechnet werden (Dach et al., 2007).

Die Satellitenuhrenfehler sind jeweils für den Zeitpunkt der Signalausendung zu betrachten. Zum einen messen die beiden Empfänger wegen ihrer Uhrenfehler nur näherungsweise gleichzeitig, zum anderen unterscheiden sich auch die Signallaufzeiten zweier Satelliten zum Empfänger. Dementsprechend wird der Satellitenuhrenfehler theoretisch nicht vollständig eliminiert. Das spielt heutzutage jedoch praktisch keine Rolle mehr, da Selective Availability (d.h. die unbekannte, hochfrequente Manipulation der Satellitenuhr) im Mai 2000 abgeschaltet wurde und die Satellitenuhrenfehler deshalb mit ausreichender Genauigkeit angebracht werden können.

Die instrumentellen Verzögerungen werden vollständig eliminiert. Die Doppeldifferenz-Mehrdeutigkeit ist deshalb ganzzahlig.

### 5.2.2 Atmosphärische Refraktion

Zur Betrachtung der atmosphärischen Refraktion wird zwischen absoluten und relativen Fehlern der zenitalen Refraktion unterschieden. Vom absoluten Fehler sind beide Stationen einer Basislinie gleichermaßen betroffen, ihre Fehlerdifferenz ist der relative Fehler. Er ist sehr gering, wenn die Atmosphärenverhältnisse an beiden Empfängerstandorten ähnlich sind. Absolute Refraktionsfehler wirken sich als Maßstabsfehler aus.

#### *Troposphärische Refraktion*

Ein absoluter Fehler in den troposphärischen Zenitkorrekturen von 10 cm führt zu einem Maßstabsfehler von ca. 0,05 ppm, ein relativer Fehler der Zenitkorrektur von 1 cm verursacht fast ausschließlich einen Höhenfehler von ca. 3 cm (Rothacher, 1992).

$$\boxed{d(\text{Höhe}) \approx 3 \cdot d(\Delta\text{ZPD})} \quad (5.2)$$

Um den absoluten Fehler zu minimieren, werden die GPS-Beobachtungen zunächst um die Laufzeitverzögerung eines a-priori-Troposphärenmodells korrigiert. Fallen die verbleibenden Troposphärenfehler ins Gewicht, so ist es empfehlenswert, das funktionale Modell der GPS-Auswertung zu erweitern. Auf jeder Station wird die troposphärische Laufzeitverzögerung in Zenitrichtung geschätzt. Der entsprechende Parameter wird als Zenit Path Delay (ZPD) bezeichnet und üblicherweise in Längeneinheiten angegeben. Er muss wegen der zeitlichen Änderungen des Troposphärenzustandes alle ein bis zwei Stunden neu geschätzt werden. In kleinen Netzen sind die ZPD-Parameter stark miteinander korreliert, es lassen sich nur

ihre Differenzen sinnvoll bestimmen (Dach et al., 2007). Deshalb wird bei kleinen Netzen eine Station von der ZPD-Schätzung ausgeschlossen. Auf diese Weise wird der relative Refraktionsfehler berücksichtigt. Der absolute Fehler ist durch das a-priori-Modell weitgehend, aber nicht vollständig korrigiert. Der geringe Maßstabsfehler, der daraus resultiert, wirkt sich in kleinen Netzen praktisch nicht aus. Die ZPD-Parameter und die Stationshöhe sind über kurze Zeiträume stark korreliert (Dach et al., 2007). Deshalb können sie nur bei ausreichend langen Beobachtungszeiten sinnvoll bestimmt werden (mindestens 1 Stunde, besser 2 Stunden und mehr). Für kürzere Beobachtungszeiten und Echtzeitanwendungen sind also andere Lösungsansätze zu verfolgen.

### *Ionosphärische Refraktion*

Die ionosphärische Refraktion kann durch die ionosphärenfreie Linearkombination praktisch vollständig eliminiert werden. Sie hat allerdings zwei Nachteile. Zum einen verdreifacht sich ihr Messrauschen gegenüber dem der ursprünglichen Signale (Kapitel 5.3.7). Zum anderen ist die ionosphärenfreie Linearkombination zur Mehrdeutigkeitsfestsetzung nur bedingt geeignet. In sehr kleinen Netzen sind die relativen ionosphärischen Fehler oft vernachlässigbar gering. Es ist dann günstiger, auf den Einsatz der ionosphärenfreien Linearkombination zu verzichten. In diesem Fall sollten jedoch immer Ionosphärenkorrekturen an die GPS-Beobachtungen angebracht werden. Sie minimieren den Maßstabsfehler  $dl/l$ , der sich nach (5.3) bereits bei moderatem VTEC und kurzen Basislinien bemerkbar macht (Schaer, 1999).

$$\boxed{\frac{dl}{l}_{[L1, ppm]} \approx -0,0255 \cdot \frac{VTEC_{[TECU]}}{\cos(z_{\max})}} \quad (5.3)$$

### **5.2.3 Bahnfehler**

Durch das Bilden von Doppeldifferenzen werden auch Bahnfehler stark reduziert. Ihr Einfluss auf eine Basislinie ist durch die Faustformel (5.4) gegeben (Dach et al., 2007). Der Fehler  $\Delta x$  in einer Basislinienkomponente ist demnach eine Funktion der entsprechenden Bahnfehlerkomponente  $\Delta X$  und der Basislinienlänge  $l$ .

$$\boxed{\Delta x \approx \Delta X \cdot l_{[km]} / 25000} \quad (5.4)$$

Bei Broadcast-Bahnen und einer Basislinienlänge von 25 km erreicht  $\Delta x$  1 mm. Dieselbe Größenordnung für  $\Delta x$  ergibt sich mit präzisen Bahnen bei einer Basislinienlänge von 500 bis 1000 km. Für die eben beschriebenen Szenarien ist der Einfluss von Bahnfehlern also vernachlässigbar gering.

### **5.2.4 Beugungsfehler**

Das Beugungssignal ist ein Umwegsignal (Bauer, 2003). Deshalb ist es, so lange es nicht zu einem falsch festgesetzten Phasensprung kommt, stets mit einer Laufzeitverzögerung bzw. mit einem positiven Messfehler verbunden. Zunächst wird in der Formel (5.1a) nur die Einfach-

differenz des Satelliten  $k$  betrachtet. Sollte dieser auf beiden Stationen mit Beugungsfehlern behaftet sein, so ist mit der Differenzbildung in (5.1a) eine Reduzierung verbunden; eine Zunahme ist in jedem Fall ausgeschlossen. Durch die Hinzunahme des Satelliten  $j$  bzw. der entsprechenden Einfachdifferenz können sich die Beugungsfehler maximal verdoppeln. Aufgrund der Differenzbildungen können sie mit wechselndem Vorzeichen auftreten. Werden die Doppeldifferenzen einer Epoche mittels (5.1a) berechnet, so wird ein Satellit, der sog. Referenzsatellit, durchgängig als Satellit  $j$  verwendet. Als Referenzsatellit wird derjenige ausgewählt, der die höchste Elevation oder das beste Signal-zu-Rausch-Verhältnis hat. Demzufolge sind Beugungsfehler für den Referenzsatelliten bzw. für seine Einfachdifferenz nicht zu erwarten. Deshalb werden die Beugungsfehler einer Doppeldifferenz diejenigen einer undifferenzierten Beobachtung i.d.R. nicht überschreiten.

### 5.2.5 Mehrwegefehler

Anders als Beugungsfehler können Mehrwegefehler bereits in den undifferenzierten Beobachtungen mit wechselndem Vorzeichen auftreten. Deshalb können sich Mehrwegefehler im ungünstigsten Fall, der zwar möglich, aber sehr unwahrscheinlich ist, vervierfachen.

### 5.2.6 Einteilung in stations- und entfernungsabhängige Fehler

Atmosphärische Refraktion und Orbitfehler werden durch die Doppeldifferenzbildung deutlich reduziert, wobei ihre Restfehler mit der Basislinienlänge zunehmen. Diese Fehler werden daher unter dem Begriff der entfernungsabhängigen Fehler zusammengefasst. Mehrwege- und Beugungsfehler sind stationsabhängig. Sie werden deshalb durch das Bilden von Doppeldifferenzen nicht systematisch reduziert.

## 5.3 Linearkombinationen

### 5.3.1 Linearkombinationen der ursprünglichen Phasenmessungen

Die virtuelle Phasenmessung  $\varphi_{LK}$  entsteht, wenn aus den beiden ursprünglichen Phasenmessungen eine Linearkombination gebildet wird (Hofmann-Wellenhof et al., 2008).

$$\varphi_{LK} = a_1 \cdot \varphi_1 + a_2 \cdot \varphi_2 = a_1 \cdot f_1 \cdot t + a_2 \cdot f_2 \cdot t = f_{LK} \cdot t \quad (5.5)$$

Aus (5.5) folgt unmittelbar (5.6) für die Wellenlänge der Linearkombination.

$$\lambda_{LK} = \frac{c}{f_{LK}} = \frac{c}{a_1 \cdot f_1 + a_2 \cdot f_2} \quad (5.6)$$

Wird von unkorrelierten Beobachtungen ausgegangen (Kapitel 5.4), so gilt die einfache Form des Varianzfortpflanzungsgesetzes bzw. (5.7) für die Varianz  $s^2$  einer Linearkombination.

$$s_{\varphi, LK}^2 = a_1^2 \cdot s_{\varphi_1}^2 + a_2^2 \cdot s_{\varphi_2}^2 \quad (5.7)$$

Werden gleich genaue Phasenmessungen angenommen, so ergibt sich (5.8).

$$s_{\varphi,LK} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot s_{\varphi,i} \quad (5.8)$$

Da viele Zusammenhänge in Längeneinheiten anschaulicher sind als in Phasenzyklen, wird (5.5) mit der Wellenlänge multipliziert.

$$L_{LK} = \varphi_{LK} \cdot \lambda_{LK} = a_1 \cdot \varphi_1 \cdot \lambda_{LK} + a_2 \cdot \varphi_2 \cdot \lambda_{LK} = \kappa_1 \cdot L_1 + \kappa_2 \cdot L_2 \quad (5.9)$$

Aus (5.9) folgt für die Koeffizienten  $\kappa_1$  und  $\kappa_2$  (5.10).

$$\kappa_{1/2} = a_{1/2} \cdot \frac{\lambda_{LK}}{\lambda_{1/2}} = a_{1/2} \cdot \frac{f_{1/2}}{f_{LK}} = \frac{a_{1/2} \cdot f_{1/2}}{a_1 \cdot f_1 + a_2 \cdot f_2} \quad (5.10)$$

(5.10) wiederum führt, falls die Frequenz der Linearkombination ungleich Null ist, zu (5.11).

$$\kappa_1 + \kappa_2 = 1 \quad (5.11)$$

Die Mehrwegefehler  $M_{LK}$  einer undifferenzierten Linearkombination entstehen durch Überlagerung von  $M_1$  und  $M_2$ . D.h. im theoretischen Extremfall ergibt sich (5.12) für die Maximalamplitude, wobei die Zahlenwerte mittels (3.4) berechnet wurden.

$$|M_{LK,\max}^{D=1}| = |\kappa_1 \cdot M_{1,\max}^{D=1}| + |\kappa_2 \cdot M_{2,\max}^{D=1}| = |\kappa_1 \cdot 4,8cm| + |\kappa_2 \cdot 6,1cm| \quad (5.12)$$

Mit einer Dämpfung  $D$  von 0,5 lässt sich ein plausibler Extremfall beschreiben (Kapitel 3.2.4). Für seine Maximalamplitude gilt (5.13).

$$|M_{LK,\max}^{D=0,5}| = |\kappa_1 \cdot 1,6cm| + |\kappa_2 \cdot 2,0cm| \quad (5.13)$$

### 5.3.2 Linearkombinationen von Doppeldifferenzen

Für die Doppeldifferenz von Linearkombinationen gilt (5.14) mit (5.1c).

$$\nabla \Delta \varphi_{LK} = \frac{a_1}{\lambda_1} \cdot (R + T - I_1 + \lambda_1 \cdot N_1 + M_1 + B) + \frac{a_2}{\lambda_2} \cdot (R + T - I_2 + \lambda_2 \cdot N_2 + M_2 + B) \quad (5.14)$$

Durch die Substitution (5.15) wird deutlich, dass die Mehrdeutigkeit der Linearkombination nur dann ganzzahlig ist, falls sowohl  $a_1$  als auch  $a_2$  ganzzahlig sind.

$$N_{LK} = a_1 N_1 + a_2 N_2 \quad (5.15)$$

Durch die zweifache Differenzbildung gilt für die Standardabweichung einer Doppeldifferenz im Allgemeinen (5.16) und für Linearkombinationen im Speziellen (5.17).

$$s_{\nabla \Delta} = \sqrt{4} \cdot s = 2 \cdot s \quad (5.16)$$

$$s_{\nabla\Delta\varphi,LK} = 2 \cdot \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot s_{\varphi,i} \quad (5.17)$$

Wird (5.14) mit der Wellenlänge der Linearkombination multipliziert, so ergibt sich zunächst (5.18).

$$\nabla\Delta L_{LK} = \kappa_1 \cdot (R + T + B - I_1 + \lambda_1 N_1 + M_1) + \kappa_2 \cdot (R + T + B - I_2 + \lambda_2 N_2 + M_2) \quad (5.18)$$

Aufgrund von (4.30) bzw. (4.31) gilt in sehr guter Näherung (5.19).

$$I_2 = \frac{f_1^2}{f_2^2} \cdot I_1 \quad (5.19)$$

Mit (5.11) und (5.19) wird (5.18) zu (5.20).

$$\nabla\Delta L_{LK} = R + T + B - I_1 \cdot \left( \kappa_1 + \kappa_2 \frac{f_1^2}{f_2^2} \right) + \kappa_1 \lambda_1 N_1 + \kappa_2 \lambda_2 N_2 + \kappa_1 M_1 + \kappa_2 M_2 \quad (5.20)$$

Die Substitution des Klammerausdruckes und der anschließenden Terme führt zu (5.21).

$$\nabla\Delta L_{LK} = R + T + B - \alpha_{LK} \cdot I_1 + \lambda_{LK} \cdot N_{LK} + M_{LK} + \varepsilon_{LK} \quad (5.21)$$

Die Erläuterung zu Formel (5.15) gilt nach wie vor; d.h. die Mehrdeutigkeit der Linearkombination ist im Allgemeinen nicht ganzzahlig.

Das Rauschniveau  $\varepsilon_{LK}$  der Doppeldifferenz  $\nabla\Delta LK$  wird durch die Standardabweichung  $s_{\nabla\Delta LK}$  beschrieben (5.22).

$$s_{\nabla\Delta LK} = 2 \cdot \lambda_{LK} \cdot \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot s_{\varphi,i} \quad (5.22)$$

Alternativ dazu lässt sich (5.23) formulieren.

$$s_{\nabla\Delta LK} = 2 \cdot \sqrt{\kappa_1^2 \cdot s_{L1}^2 + \kappa_2^2 \cdot s_{L2}^2} \quad (5.23)$$

Umfangreiche, langzeitstatische GPS-Auswertungen zeigen, dass 1,5 mm ein plausibler Wert für  $s_{L1}$  ist (Drescher und Becker, 2008). Daraus folgen die Werte von 0,05 rad für  $s_{\varphi,i}$  und 1,9 mm für  $s_{L2}$  sowie 3,0 mm für  $s_{\nabla\Delta L1}$  und 3,9 mm für  $s_{\nabla\Delta L2}$ .

Für die Beugungs- und Mehrwegefehler gelten die allgemeinen Ausführungen der Kapitel 5.2.4 und 5.2.5. Für die Mehrwegefehler sind diese mit der Formel (5.12) oder (5.13) zu verbinden.

Durch die Wahl von im Prinzip beliebigen ganzzahligen Koeffizienten  $a_1$  und  $a_2$  werden Linearkombinationen mit jeweils ganzzahligen Mehrdeutigkeiten sowie verschiedenen Eigenschaften erhalten. In den nächsten Kapiteln werden zunächst die Eigenschaften der ursprünglichen Phasensignale zusammengefasst und anschließend ausgewählte Linearkombinationen vorgestellt, die sich durch besondere Eigenschaften auszeichnen. Der Schwerpunkt liegt dabei

stets auf den entsprechenden Doppeldifferenzen. Die Ausführungen stützen sich im Wesentlichen auf (Dach et al., 2007) und (Wanninger, 2000).

### 5.3.3 Eigenschaften der ursprünglichen Phasensignale

Die Tabelle 5.1 enthält die Eigenschaften der ursprünglichen Phasensignale L1 und L2, wobei die Zusammenstellung auf den Kapiteln 3.1, 3.2.4, 5.2.5, 5.3.1 und 5.3.2 basiert. Der maximale Mehrwegefehler bezieht sich auf den plausiblen Extremfall, d.h. die Dämpfung D beträgt 0,5.

Tab. 5.1: Eigenschaften der ursprünglichen Phasensignale (Doppeldifferenz).

	L1	L2
Ionosphärische Refraktion [m]	siehe Tabelle 4.2	
Ionosphärische Refraktion bezüglich L1	1	$\alpha_{L2} = 1,65$
Wellenlänge	$\lambda_1 = 19,0 \text{ cm}$	$\lambda_2 = 24,4 \text{ cm}$
Maximaler Mehrwegefehler ( $D = 0,5$ )	$ M_{\nabla \Delta L1, \max}^{D=0,5}  = 4 \cdot 1,6 \text{ cm}$	$ M_{\nabla \Delta L2, \max}^{D=0,5}  = 4 \cdot 2,0 \text{ cm}$
Rauschen für $s_{\varphi,i} = 0,05 \text{ rad}$	$s_{\nabla \Delta L1} = 0,30 \text{ cm}$	$s_{\nabla \Delta L2} = 0,39 \text{ cm}$

### 5.3.4 Widelane Linearkombination

Die Widelane Linearkombination entsteht durch die Koeffizienten (5.24) bzw. (5.26).

$$\boxed{a_1 = 1} \quad \boxed{a_2 = -1} \quad (5.24)$$

$$\boxed{N_{WL} = N_1 - N_2} \quad (5.25)$$

$$\boxed{\kappa_1 = \frac{f_1}{f_1 - f_2}} \quad \boxed{\kappa_2 = -\frac{f_2}{f_1 - f_2}} \quad (5.26)$$

Für ihre Doppeldifferenz gilt (5.27).

$$\boxed{\nabla \Delta L_{WL} = R + T + B + \frac{f_1}{f_2} \cdot I_1 + \lambda_{WL} \cdot N_{WL} + M_{WL} + \varepsilon_{WL}} \quad (5.27)$$

Die Tabelle 5.2 fasst die Eigenschaften der Widelane Linearkombination zusammen. Sie eignet sich wegen ihrer langen Wellenlänge und des geringen ionosphärischen Fehlers besonders zur Festsetzung der Mehrdeutigkeit  $N_{WL}$ . Anschließend berechnete Koordinatenlösungen haben ein hohes Rauschniveau und können besonders stark von Mehrwegefehlern beeinträchtigt sein. Sie werden deshalb ausschließlich dazu verwendet, um die Näherung der Roverposition zu verbessern (Wanninger, 2000).



Tab. 5.2: Eigenschaften der Widelane Linearkombination (Doppeldifferenz).

Koeffizienten $\kappa$	$\kappa_1 = 4,53$ $\kappa_2 = -3,53$
Ionosphärische Refraktion bezüglich L1	$\alpha_{WL} = -1,28$
Wellenlänge	$\lambda_{WL} = 86,2 \text{ cm}$
Maximaler Mehrwegefehler ( $D = 0,5$ )	$ M_{\nabla\Delta WL, \max}^{D=0,5}  = 4 \cdot 14,3 \text{ cm}$
Rauschen für $s_{\varphi,i} = 0,05 \text{ rad}$	$s_{\nabla\Delta WL} = 1,94 \text{ cm}$

Nach dem Festsetzen der Widelane-Mehrdeutigkeit besteht mit (5.25) die Möglichkeit einer weiteren Substitution im Mehrdeutigkeitsterm (Wanninger, 2000).

$$\lambda_{LK} \cdot N_{LK} = \kappa_1 \lambda_1 N_1 + \kappa_2 \lambda_2 N_2 = \kappa_1 \lambda_1 N_1 + \kappa_2 \lambda_2 \cdot (N_1 - N_{WL}) \quad (5.28)$$

Für die Doppeldifferenz einer Linearkombination gilt dann (5.29) mit (5.30).

$$\nabla\Delta L_{LK} + \kappa_2 \lambda_2 N_{WL} = R + T + B - \alpha_{LK} \cdot I_1 + \lambda_{LK^*} \cdot N_1 + M_{LK} + \varepsilon_{LK} \quad (5.29)$$

$$\lambda_{LK^*} = \kappa_1 \lambda_1 + \kappa_2 \lambda_2 = (a_1 + a_2) \cdot \lambda_{LK} \quad (5.30)$$

Nach dem Bilden einer Linearkombination kann also ein bekannter Term addiert und anschließend der Versuch unternommen werden, die L1-Mehrdeutigkeit festzusetzen. Dies geschieht mit einer neuen Wellenlänge  $\lambda_{LK^*}$ . Sie ist wegen (5.30) immer dann größer als die eigentliche Wellenlänge der Linearkombination  $\lambda_{LK}$ , wenn die Summe aus  $a_1$  und  $a_2$  größer als 1 ist. In diesem Fall wird das Festsetzen der  $N_1$ -Mehrdeutigkeiten durch die Substitution (5.28) erleichtert und es sollte (5.29) anstelle der eigentlichen Beobachtungsgleichung (5.21) verwendet werden.

### 5.3.5 Narrowlane Linearkombination

Die Koeffizienten (5.31) bzw. (5.33) führen zur Narrowlane Linearkombination.

$$\boxed{a_1 = 1} \quad \boxed{a_2 = 1} \quad (5.31)$$

$$\boxed{N_{NL} = N_1 + N_2} \quad (5.32)$$

$$\boxed{\kappa_1 = \frac{f_1}{f_1 + f_2}} \quad \boxed{\kappa_2 = \frac{f_2}{f_1 + f_2}} \quad (5.33)$$

Für eine Doppeldifferenz gilt (5.34).

$$\nabla\Delta L_{NL} = R + T + B - \frac{f_1}{f_2} \cdot I_1 + \lambda_{NL} \cdot N_{NL} + M_{NL} + \varepsilon_{NL} \quad (5.34)$$

In der Tabelle 5.3 sind die Eigenschaften der Narrowlane-Doppeldifferenz zusammengestellt. Sie ist durch niedriges Rauschen und geringe Mehrwegefehler gekennzeichnet, ihre Standardabweichung ist sogar geringer als die einer L1-Doppeldifferenz. Auch der Ionosphärenfehler ist moderat. Die Narrowlane-Doppeldifferenz wird deshalb für kurze Basislinien häufig zur Festsetzung der Mehrdeutigkeiten ( $N_1$  mit der Wellenlänge  $\lambda_{NL^*}$ ) und anschließend zur Berechnung der Koordinatenlösung verwendet. Mit der Wellenlänge  $\lambda_{NL^*}$  hat sie insgesamt ähnliche Eigenschaften wie die Doppeldifferenzen der ursprünglichen Beobachtungen L1 und L2.

Tab. 5.3: Eigenschaften der Narrowlane Linearkombination (Doppeldifferenz).

Koeffizienten $\kappa$	$\kappa_1 = 0,562$ $\kappa_2 = 0,438$
Ionosphärische Refraktion bezüglich L1	$\alpha_{NL} = +1,28$
Eigentliche Wellenlänge	$\lambda_{NL} = 10,7 \text{ cm}$
Wellenlänge nach Einführen von $N_{WL}$	$\lambda_{NL^*} = 21,4 \text{ cm}$
Maximaler Mehrwegefehler ( $D = 0,5$ )	$\left  M_{\nabla \Delta NL, \max}^{D=0,5} \right  = 4 \cdot 1,8 \text{ cm}$
Rauschen für $s_{\phi,i} = 0,05 \text{ rad}$	$s_{\nabla \Delta NL} = 0,24 \text{ cm}$

Zur Festsetzung der Narrowlane-Mehrdeutigkeit nach vorangegangener Festsetzung der Widelane-Mehrdeutigkeit gibt es die sog. even-odd-Regel. Sie besagt aufgrund (5.25) und (5.32), dass die beiden Mehrdeutigkeiten von Widelane und Narrowlane stets entweder gerade oder ungerade Zahlen sind und führt auf diese Weise zu einer Verdoppelung der Narrowlane-Wellenlänge. Die even-odd-Regel ist letztlich ein Spezialfall der allgemeinen Formel (5.30).

### 5.3.6 Geometriefreie Linearkombination und ionosphärisches Residuum

Die geometriefreie Linearkombination wird durch die Koeffizienten (5.35) bzw. (5.36) gebildet.

$$\boxed{a_1 = 60} \quad \boxed{a_2 = -77} \quad (5.35)$$

$$\boxed{\kappa_1 = 1} \quad \boxed{\kappa_2 = -1} \quad (5.36)$$

Für ihre Doppeldifferenz gilt (5.37).

$$\boxed{\nabla \Delta L_{GF} = \lambda_1 \cdot N_1 - \lambda_2 \cdot N_2 - \left( 1 - \frac{f_1^2}{f_2^2} \right) \cdot I_1 + M_{GF} + \varepsilon_{GF}} \quad (5.37)$$

Durch die Bildung der geometriefreien Linearkombination entfallen die Geometrie bzw. alle frequenzunabhängigen Größen. Für Doppeldifferenzen sind dies die Satelliten- und Stationskoordinaten sowie die Troposphären- und Beugungsfehler. Die Doppeldifferenzen enthalten

somit nur noch den Mehrdeutigkeitsterm sowie Ionosphären- und Mehrwegefehler. Die Tabelle 5.4 enthält die weiteren Eigenschaften dieser Linearkombination.

Tab. 5.4: Eigenschaften der geometriefreien Linearkombination (Doppeldifferenz).

Koeffizienten $\kappa$	$\kappa_1 = 1$ $\kappa_2 = -1$
Ionosphärische Refraktion bezüglich L1	$\alpha_{\text{GF}} = -0,647$
Eigentliche Wellenlänge	$\lambda_{\text{GF}} \rightarrow \infty$
Wellenlänge nach Einführen von $N_{\text{WL}}$	$\lambda_{\text{GF}^*} = -5,4 \text{ cm}$
Maximaler Mehrwegefehler ( $D = 0,5$ )	$ \mathbf{M}_{\nabla\Delta\text{GF,max}}^{D=0,5}  = 4 \cdot 3,6 \text{ cm}$
Rauschen für $s_{\phi,i} = 0,05 \text{ rad}$	$s_{\nabla\Delta\text{GF}} = 0,49 \text{ cm}$

Die Frequenz der geometriefreien Linearkombination ist Null, dementsprechend ist ihre Wellenlänge nicht definiert bzw. geht gegen unendlich. Die Wellenlänge  $\lambda_{\text{GF}^*}$  ist so kurz, dass die geometriefreie Linearkombination zur Festsetzung von Mehrdeutigkeiten nicht benutzt wird. Rauschen und Mehrwegefehler fallen moderat aus. Nach Festsetzung der Mehrdeutigkeiten besteht (5.37) deshalb im Wesentlichen aus dem Ionosphärenfehler und wird daher als ionosphärisches Residuum oder auch ionosphärisches Signal bezeichnet. Die letztere Bezeichnung weist auf die Hauptanwendung der geometriefreien Linearkombination hin. Sie wird verwendet, um Ionosphärenmodelle zu schätzen (wobei i.d.R. undifferenzierte Beobachtungen hinzugenommen werden müssen).

### 5.3.7 Ionosphärenfreie Linearkombination und geometrisches Residuum

Die ionosphärenfreie Linearkombination entsteht durch die Koeffizienten (5.38) bzw. (5.40).

$$\boxed{a_1 = 77} \quad \boxed{a_2 = -60} \quad (5.38)$$

$$\boxed{N_{\text{IF}} = 77N_1 - 60N_2} \quad (5.39)$$

$$\boxed{\kappa_1 = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}} \quad \boxed{\kappa_2 = -\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}} \quad (5.40)$$

Für eine Doppeldifferenz gilt (5.41).

$$\boxed{\nabla\Delta L_{\text{IF}} = R + T + B + \lambda_{\text{IF}} \cdot N_{\text{IF}} + M_{\text{IF}} + \varepsilon_{\text{IF}}} \quad (5.41)$$

Das Hauptmerkmal der ionosphärenfreien Linearkombination wird bereits durch ihre Bezeichnung deutlich. Sie ist nahezu frei vom ionosphärischen Fehler (zur Größenordnung des Restfehlers siehe Kapitel 4.4.2). Alle relevanten Eigenschaften der ionosphärenfreien Linearkombination sind in der Tabelle 5.5 zusammengefasst. Dabei fällt die sehr kurze

Wellenlänge der ionosphärenfreien Linearkombination auf. Sie ist deshalb zunächst nicht zum Festsetzen von Mehrdeutigkeiten geeignet. Nach dem Einführen von Widelane-Mehrdeutigkeiten hat sie die Narrowlane-Wellenlänge. Diese ist mit ca. 11 cm immer noch recht kurz in Relation zur Standardabweichung, zu den Mehrwegefehlern und zu den Restfehlern der Geometrie. Die Festsetzung der Mehrdeutigkeiten  $N_1$  ist deshalb entsprechend anspruchsvoll. Das beschriebene Vorgehen (Festsetzen von  $N_{WL}$  und danach von  $N_1$  mit  $\lambda_{NL}$ ) wird bei langen Basislinien mangels besserer Alternativen dennoch zur Bestimmung der Mehrdeutigkeiten empfohlen (Dach et al., 2007). Anschließend wird die ionosphärenfreie Linearkombination bei langen Basislinien zur Schätzung von Koordinaten- und Troposphärenparametern verwendet.

Tab. 5.5: Eigenschaften der ionosphärenfreien Linearkombination (Doppeldifferenz).

Koeffizienten $\kappa$	$\kappa_1 = 2,55$ $\kappa_2 = -1,55$
Ionosphärische Refraktion bezüglich L1	$\alpha_{IF} = 0$
Eigentliche Wellenlänge	$\lambda_{IF} = 0,63 \text{ cm}$
Wellenlänge nach Einführen von $N_{WL}$	$\lambda_{IF^*} = 10,7 \text{ cm}$
Maximaler Mehrwegefehler ( $D = 0,5$ )	$\left  M_{\nabla\Delta IF, \max}^{D=0,5} \right  = 4 \cdot 7,2 \text{ cm}$
Rauschen für $s_{\phi,i} = 0,05 \text{ rad}$	$s_{\nabla\Delta IF} = 0,98 \text{ cm}$

Werden in (5.41) der bekannte Mehrdeutigkeitsterm sowie die Doppeldifferenz der geometrischen Entfernungen von der Beobachtung  $\nabla\Delta L_{IF}$  abgezogen, so verbleibt das sog. geometrische Residuum. Es enthält die Fehler der Stations- und Satellitenkoordinaten, die troposphärische Refraktion, Beugungs- und Mehrwegefehler sowie das Rauschen.

### 5.3.8 Melbourne-Wübbena Linearkombination

Die Melbourne-Wübbena Linearkombination ist die Differenz aus einer Widelane Linearkombination der Phasenmessungen und einer Narrowlane Linearkombination der Code-messungen. Durch diese Differenzbildung ist sie sowohl geometrie- als auch ionosphärenfrei.

$$\nabla\Delta L_{MW} = \nabla\Delta L_{WL} - \nabla\Delta PR_{NL} = N_{WL} \cdot \lambda_{WL} + M_{MW} + \varepsilon_{MW} \quad (5.42)$$

Aus der Beobachtungsgleichung ihrer Doppeldifferenz (5.42) wird deutlich, dass sie im Prinzip die unmittelbare Festsetzung der Widelane-Mehrdeutigkeit ermöglicht. Dabei ist allerdings zu beachten, dass sowohl ihr Rauschniveau als auch ihre Mehrwegefehler durch die Codebeobachtungen dominiert werden. Sie kann daher nur sinnvoll verwendet werden, wenn genaue Codemessungen auf beiden Frequenzen verfügbar sind. Codemehrwegefehler haben wie die Phasenmehrwegefehler den Charakter einer Schwingung, ihre Maximalamplitude erreicht jedoch die m-Größenordnung (Wanninger, 2000). Deshalb wird eine instantane und

---

zuverlässige Festsetzung der Widelane-Mehrdeutigkeiten, die auf den ersten Blick mit (5.42) noch möglich scheint, i.d.R. nicht gelingen. Unter der Voraussetzung genauer Codemessungen und langer Beobachtungszeiten wird die Melbourne-Wübbena Linearkombination bei sehr langen Basislinien zur Mehrdeutigkeitsbestimmung eingesetzt (Dach et al., 2007).

## **5.4 Stochastisches Modell**

### **5.4.1 Linearkombinationen**

Es ist davon auszugehen, dass die beiden ursprünglichen Phasenmessungen des Empfängers aufgrund gemeinsamer äußerer Einflüsse physikalisch korreliert sind. In erster Linie ist dabei an die atmosphärische Refraktion zu denken. Kapitel 4 hat gezeigt, dass sie weitestgehend, aber nicht vollständig beseitigt werden kann. In diesem Zusammenhang sind insbesondere ionosphärische Restfehler höherer Ordnung sowie der Feuchtanteil der troposphärischen Refraktion zu erwähnen. Die physikalischen Korrelationen bzw. ein Restanteil wird also trotz aller a-priori-Korrekturen und Verfeinerungen des funktionalen Modells erhalten bleiben. Im Allgemeinen werden physikalische Korrelationen vernachlässigt (Kapitel 2). Im Besonderen gilt dies auch für die beiden GPS-Phasenmessungen. Sie werden in der Literatur, z.B. in (Wanninger, 2000), üblicherweise als unkorreliert betrachtet und demzufolge wird das Varianzfortpflanzungsgesetz in seiner einfachen Form angewendet. Auch im vorherigen Kapitel 5.3 wurde so vorgegangen, um einen Überblick über die Genauigkeiten der verschiedenen Linearkombinationen zu geben.

### **5.4.2 Parameterschätzung einer Basislinie**

Ebenfalls im Kapitel 5.3 wurde durch vereinfachte Varianzfortpflanzung gezeigt, dass sich das Rauschen einer Doppeldifferenz bezogen auf das einer undifferenzierten Messung verdoppelt. Für das stochastische Modell einer Basislinienauswertung müssen alle Doppeldifferenzen betrachtet werden. Die Varianz-Kovarianz-Fortpflanzung nach (2.2) von zunächst einer Epoche zeigt, dass ihre Doppeldifferenzen aufgrund des Referenzsatelliten mathematisch korreliert sind. Durch Berechnung der Varianz-Kovarianz-Fortpflanzung für jede Epoche erhält die Gewichtsmatrix die Gestalt einer Blockdiagonalmatrix (Hofmann-Wellenhof et al., 2008). Aufgrund der atmosphärischen Refraktion und von Mehrwegefehlern werden aufeinander folgende Beobachtungen eines Empfängers zu einem Satelliten physikalisch korreliert sein. Sie werden wiederum vernachlässigt und es bleibt bei der Blockdiagonalstruktur der Gewichtsmatrix. Liegen der Basislinienauswertung keine ursprünglichen Phasenmessungen, sondern die einer Linearkombination zugrunde, so ist eine Doppeldifferenz eine Funktion von acht ursprünglichen Phasenmessungen und die Varianz-Kovarianz-Fortpflanzung kann entsprechend berechnet werden.

### 5.4.3 Parameterschätzung eines Netzes

Bei einer Netzausgleichung nehmen mehrere Basislinien an einer gemeinsamen Parameterschätzung teil und die Gewichtsmatrix ist wieder durch epochenweise Varianz-Kovarianz-Fortpflanzung zu berechnen. Diese unterscheidet sich im Prinzip nicht von der einer Basislinienauswertung. Allerdings nimmt mit der Anzahl der Stationen die Komplexität der Varianz-Kovarianz-Fortpflanzung stark zu. Da große Netze außerdem für gewöhnlich langzeitstatisch beobachtet werden, entsteht bei der korrekten Berücksichtigung der mathematischen Korrelationen ein erheblicher Rechenaufwand.

### 5.5 Festsetzung der Mehrdeutigkeiten

Die ganzzahligen Mehrdeutigkeiten der Doppeldifferenzen sind zunächst unbekannt und werden deshalb in der float-Lösung als reelle Zahlen geschätzt. Anschließend wird der Versuch unternommen, sie auf ganze Zahlen festzusetzen. Dafür gibt es zwei Gründe. Bei kurzen Beobachtungszeiten steht der Genauigkeitsgewinn der fixed-Lösung im Vordergrund (Abb. 5.2). Nach der Festsetzung der Mehrdeutigkeiten entfallen sie als Unbekannte und das Gleichungssystem der Parameterschätzung wird dadurch in seiner Größe reduziert. Diese Reduzierung ist bei großen Netzen, die typischerweise langzeitstatisch beobachtet werden, ein weiterer, wichtiger Grund für die Mehrdeutigkeitsbestimmung. Ebenfalls nach Beobachtungszeit lassen sich zwei wesentliche Verfahren der Mehrdeutigkeitsfestsetzung unterscheiden. Bei langen Beobachtungszeiten können die Mehrdeutigkeiten durch die klassische geometrische Methode bestimmt werden, bei kurzen Beobachtungszeiten hingegen müssen Suchverfahren, wie z.B. die LAMBDA-Methode, eingesetzt werden.

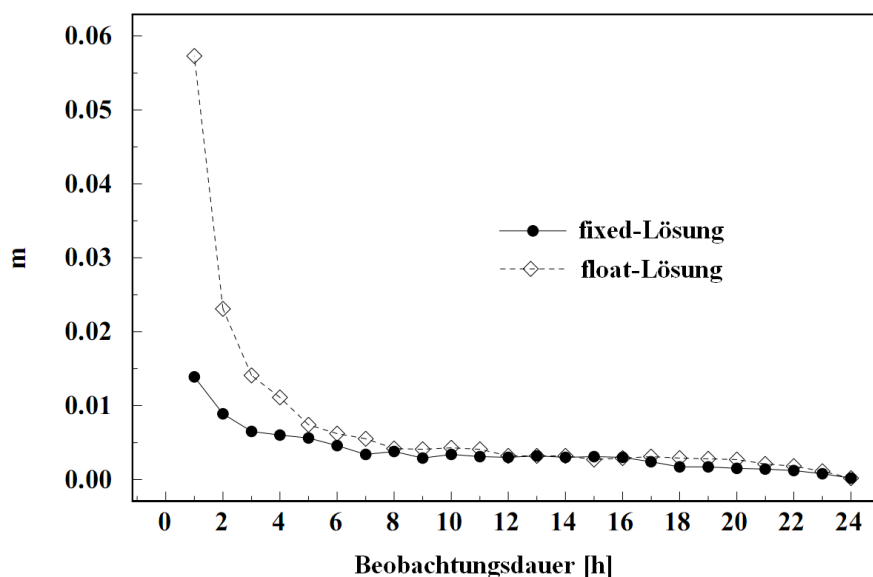


Abb. 5.2: Standardabweichung einer räumlichen Ähnlichkeitstransformation bezogen auf hochgenaue Referenzkoordinaten.

---

### 5.5.1 Klassische geometrische Methode

Lange, statische GPS-Beobachtungen gehen einher mit einer sich stark verändernden Satellitengeometrie bzw. mit einer sehr stabilen float-Lösung. Die Mehrdeutigkeiten sind i.d.R. beinahe ganzzahlig und haben eine sehr geringe Standardabweichung. Sie werden anschließend durch Vorgabe maximal zulässiger Werte sowohl für ihre Standardabweichung als auch für ihre Differenz zur nächsten Ganzzahl bestimmt. Die Erfolgsquote dieser Methode erhöht sich, wenn sie iterativ angewendet wird. Dabei entfallen die zunächst festgesetzten Mehrdeutigkeiten als Unbekannte und die Schätzung der verbliebenen Mehrdeutigkeiten wird dadurch stabilisiert. Anschließend lassen sich meistens weitere Mehrdeutigkeiten festsetzen. Eine ausführliche Beschreibung der Methode findet sich z.B. bei (Dach et al., 2007). Bei ausreichend langer Beobachtungszeit lassen sich mit der klassischen geometrischen Methode i.d.R. 80% bis 100% der Mehrdeutigkeiten bestimmen.

### 5.5.2 Least-squares Ambiguity Decorrelation Adjustment

Beim Least-squares Ambiguity Decorrelation Adjustment bzw. bei der LAMBDA-Methode werden diejenigen ganzzahligen Mehrdeutigkeiten gesucht, die die Minimumsforderung (5.43) erfüllen (Chang et al., 2005).

$$f_{(a)} = (\mathbf{a} - \hat{\mathbf{a}})^T \cdot \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{a}}}^{-1} \cdot (\mathbf{a} - \hat{\mathbf{a}}) \rightarrow \min \quad (5.43)$$

Dabei werden unter Berücksichtigung ihrer Kofaktormatrix  $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{a}}}$  alle reellen Mehrdeutigkeiten  $\hat{\mathbf{a}}$  der float-Lösung gemeinsam betrachtet. Der ganzzahlige Kandidatenvektor  $\mathbf{a}$  der Mehrdeutigkeiten, der (5.43) erfüllt, ist die wahrscheinlichste bzw. die beste Lösung. Anschließend wird geprüft, ob die beste Lösung eindeutig und somit korrekt ist.

Wären die Mehrdeutigkeiten unkorreliert, so wäre  $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{a}}}$  eine Diagonalmatrix und die Lösung für (5.43) trivial. Die beste Lösung würde durch einfaches Runden gefunden. Bei sehr kurzen Beobachtungszeiten sind die Mehrdeutigkeiten jedoch stark miteinander korreliert. Die Suche nach der besten Lösung wird dadurch sehr aufwendig. Dieser Aufwand lässt sich stark reduzieren, wenn vor der eigentlichen Suche die Korrelationen deutlich reduziert werden. Ausgehend von der float-Lösung, die  $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{a}}}$  und  $\hat{\mathbf{a}}$  liefert, besteht die LAMBDA-Methode deshalb üblicherweise aus vier Schritten.

1. Dekorreliere  $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{a}}}$  und  $\hat{\mathbf{a}}$  durch Z-Transformation, erhalte  $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{z}}}$  und  $\hat{\mathbf{z}}$
2. Finde die beste Lösung für  $\mathbf{z}$
3. Prüfe, ob die beste Lösung korrekt ist
4. Falls ja, erhalte die korrekte Lösung für  $\mathbf{a}$  durch Rücktransformation

Auf die Schritte 1. und 4., die der Dekorrelation dienen, kann theoretisch auch verzichtet werden. Dann wird mit sehr viel größerem Aufwand derselbe beste Kandidatenvektor gefunden.

## Dekorrelation

Nach den Z-Transformationen (5.44) wird anstelle der ursprünglichen Aufgabenstellung (5.43) die neue (5.45) bearbeitet.

$$\mathbf{z} = \mathbf{Z}^T \cdot \mathbf{a} \quad \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{Z}^T \cdot \hat{\mathbf{a}} \quad \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{z}}} = \mathbf{Z}^T \cdot \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{a}}} \cdot \mathbf{Z} \quad (5.44)$$

$$\boxed{f_{(\mathbf{z})} = (\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}})^T \cdot \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{z}}}^{-1} \cdot (\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}) \rightarrow \min} \quad (5.45)$$

Die Matrix  $\mathbf{Z}$  ist dabei unimodular, d.h. sie ist quadratisch, besteht aus ganzzahligen Elementen und hat eine Determinante von +1 oder -1. Deshalb existiert ihre Inverse und diese ist ebenfalls ganzzahlig. Der ganzzahlige Charakter von  $\mathbf{a}$  überträgt sich also auf  $\mathbf{z}$  und bei der Rücktransformation eines ganzzahligen  $\mathbf{z}$  gilt dies ebenso für  $\mathbf{a}$ . Die Z-Transformation verwirklicht eine weitgehende Dekorrelation, d.h. die Matrix  $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{z}}}$  ist in ihren Nebendiagonalen nur schwach besetzt. Eine vollständige Dekorrelation ist wegen des ganzzahligen Charakters der unimodularen Matrix  $\mathbf{Z}$  nicht möglich. Die konkrete Begründung für die Dekorrelation wird später bei der Suche geliefert. Die Algorithmen mit denen  $\mathbf{Z}$  berechnet wird, finden sich bei (de Jonge und Tiberius, 1996) oder auch bei (Chang et al., 2005). Sie liefern üblicherweise auch die L<sup>T</sup>DL-Faktorisierung von  $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{z}}}$ , die bei der Suche benötigt wird.

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{a}}} = \mathbf{L}^T \mathbf{D} \mathbf{L} \quad \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{z}}} = \mathbf{Z}^T \cdot \mathbf{L}^T \mathbf{D} \mathbf{L} \cdot \mathbf{Z} = \tilde{\mathbf{L}}^T \tilde{\mathbf{D}} \tilde{\mathbf{L}} \quad (5.46)$$

## Suche

Die Suche findet alle Kandidaten  $\mathbf{z}$ , für die die Ungleichung (5.47) gilt. Die positive Konstante  $\chi^2$  bestimmt den Suchraum; siehe hierzu auch Gleichung (5.52). Die nachfolgenden Ausführungen basieren auf (Chang et al., 2005).

$$f_{(\mathbf{z})} = (\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}})^T \tilde{\mathbf{L}}^{-1} \tilde{\mathbf{D}}^{-1} \tilde{\mathbf{L}}^{-T} (\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}) \leq \chi^2 \quad (5.47)$$

Zunächst wird die Substitution (5.48) definiert.

$$\tilde{\mathbf{z}} = \mathbf{z} - \tilde{\mathbf{L}}^{-T} (\mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}) \quad (5.48)$$

Aufgrund von (5.48) gilt für die einzelnen Vektorelemente (5.49).

$$\boxed{\tilde{z}_n = \hat{z}_n} \quad (5.49a)$$

$$\boxed{\tilde{z}_i = \hat{z}_i + \sum_{j=i+1}^n (z_j - \tilde{z}_j) \cdot \tilde{l}_{ji}} \quad \text{mit} \quad i = n-1, n-2, \dots, 1 \quad (5.49b)$$

Anschließend wird (5.48) in (5.47) eingeführt und so (5.50) erhalten.

$$f_{(\mathbf{z})} = (\mathbf{z} - \tilde{\mathbf{z}})^T \tilde{\mathbf{D}}^{-1} (\mathbf{z} - \tilde{\mathbf{z}}) \leq \chi^2 \quad (5.50a)$$



$$f_{(z)} = \frac{(z_1 - \tilde{z}_1)^2}{\tilde{d}_1} + \frac{(z_2 - \tilde{z}_2)^2}{\tilde{d}_2} + \dots + \frac{(z_{n-2} - \tilde{z}_{n-2})^2}{\tilde{d}_{n-2}} + \frac{(z_{n-1} - \tilde{z}_{n-1})^2}{\tilde{d}_{n-1}} + \frac{(z_n - \tilde{z}_n)^2}{\tilde{d}_n} \leq \chi^2 \quad (5.50b)$$

Es ist trivial, dass (5.50b) auch für ihre Teilsummen (5.51) gelten muss.

$$\frac{(z_n - \tilde{z}_n)^2}{\tilde{d}_n} \leq \chi^2 \quad (5.51a)$$

$$\frac{(z_{n-1} - \tilde{z}_{n-1})^2}{\tilde{d}_{n-1}} + \frac{(z_n - \tilde{z}_n)^2}{\tilde{d}_n} \leq \chi^2 \quad (5.51b)$$

$$\frac{(z_{n-2} - \tilde{z}_{n-2})^2}{\tilde{d}_{n-2}} + \frac{(z_{n-1} - \tilde{z}_{n-1})^2}{\tilde{d}_{n-1}} + \frac{(z_n - \tilde{z}_n)^2}{\tilde{d}_n} \leq \chi^2 \quad (5.51c)$$

usw.

Die Suche läuft nun folgendermaßen ab. Es wird mit (5.49a) gestartet und mit (5.51a) werden alle möglichen Kandidaten für  $z_n$  ermittelt. Anschließend werden für den ersten Kandidaten von  $z_n$  mit (5.49b) und (5.51b) alle möglichen Kandidaten für  $z_{n-1}$  bestimmt. Auf diese Weise wird fortgefahren und ein erster vollständiger Satz von Mehrdeutigkeiten gefunden. Anschließend sind alle „Verzweigungen“ abzuarbeiten, z.B. wenn sich für ein  $z_n$  mehrere  $z_{n-1}$  ergeben haben. Sobald bereits eine Teilsumme von (5.50b) größer ist als  $\chi^2$ , kann ein vollständiger Mehrdeutigkeitssatz nicht mehr zustande kommen und die Suche wird abgebrochen. Das Risiko für solche Abbrüche wird durch die Dekorrelation, die die Gestalt des Suchraumes unter Beibehaltung seiner Größe optimiert, drastisch reduziert (de Jonge und Tiberius, 1996). Die Dekorrelation vermeidet also eine Vielzahl unnötiger Berechnungen und steigert auf diese Weise die Effektivität der Suche erheblich.

Schlussendlich werden mehrere vollständige Mehrdeutigkeitssätze bzw. Kandidatenvektoren  $\mathbf{z}$  gefunden. Anschließend sind mit (5.50) ihre Funktionswerte  $f_{(z)}$  zu bestimmen. Derjenige Kandidatenvektor  $\mathbf{z}$ , der den kleinsten Funktionswert liefert, ist der beste und entspricht der wahrscheinlichsten Mehrdeutigkeitslösung. Das Suchverfahren erfordert die Vorgabe einer sinnvollen Suchraumgröße  $\chi^2$ . Sie wiederum wird bestimmt durch die Vorgabe der gewünschten Anzahl von Kandidaten, die gefunden werden sollen.

#### *Bestimmung der Suchraumgröße für mehr als $n+1$ Kandidaten*

Nach (de Jonge und Tiberius, 1996) entspricht die Anzahl der Kandidaten, die sich in einem  $n$ -dimensionalen Ellipsoid befinden, im groben Mittel dessen Inhalt  $I_n$  (5.52).

$$I_n = \chi^n \cdot \sqrt{|\mathbf{Q}_{\hat{a}}|} \cdot V_n = \chi^n \cdot \sqrt{|\mathbf{Q}_{\hat{z}}|} \cdot V_n = k \quad (5.52)$$

$I_n$  wird gleich der gewünschten Anzahl von Kandidaten  $k$  gesetzt und anschließend wird nach  $\chi^2$  aufgelöst. Das dabei benötigte  $V_n$  kann iterativ mit (5.53) berechnet werden.

$$V_1 = 2 \quad V_2 = \pi \quad V_n = \frac{2\pi}{n} \cdot V_{n-2} \quad (5.53)$$

#### *Bestimmung der Suchraumgröße für maximal $n+1$ Kandidaten*

Die eben beschriebene Vorgehensweise liefert für  $k \leq n+1$  Kandidaten nicht immer die gewünschte Suchraumgröße (de Jonge und Tiberius, 1996). Sie kann sowohl zu groß als auch zu klein geraten; d.h. es werden zu viele bzw. zu wenige Kandidaten gefunden. (de Jonge und Tiberius, 1996) sowie (Chang et al., 2005) beschreiben deshalb für  $k \leq n+1$  Kandidaten eine bessere Vorgehensweise zur Bestimmung der Suchraumgröße, auf die hier nicht eingegangen werden soll.

#### *Validierung*

I.d.R. wird die Suchraumgröße für zwei Kandidaten vorgegeben und die Validierung geschieht durch die Division (5.54).

$$\boxed{Ratio = \frac{f(\mathbf{z}, \text{zweitbest})}{f(\mathbf{z}, \text{best})}} \quad (5.54)$$

Bei einem stochastischen Modell, das nicht von gleichgewichtigen Beobachtungen ausgeht, sind nach (Hofmann-Wellenhof et al., 2008) Ratio-Werte von 1,5 bis 3 geeignet, die beste Lösung als korrekte Lösung zu bestätigen. Darüber hinaus existieren auch höherwertige Validierungsverfahren (Hofmann-Wellenhof et al., 2008).

#### *Rücktransformation*

Nach erfolgreicher Validierung geschieht die Rücktransformation von  $\mathbf{z}_{\text{best}}$  zu  $\mathbf{a}_{\text{best}}$  über die Inversion von  $\mathbf{Z}$  und (5.44).

---

## 6 Präzise differentielle GPS-Positionierung in Echtzeit

---

### 6.1 Terminologie

Real Time Kinematic (RTK) bezeichnet die Echtzeitpositionierung basierend auf Phasendoppeldifferenzen mit fixierten Mehrdeutigkeiten (Wanninger, 2006). Im engeren, echt kinematischen, Sinne geschieht dies epochenweise, d.h. zur Positionsberechnung stehen ausschließlich die Messdaten einer Epoche zur Verfügung. Im weiteren Sinne wird auch die statische Messung und Auswertung einiger weniger Epochen in Echtzeit als RTK bezeichnet. Der englische Begriff Real Time Kinematic und insbesondere seine Abkürzung RTK sind auch im Deutschen üblich. RTK ist letztlich gleichbedeutend mit der verallgemeinerten Kapitelüberschrift, d.h. bei RTK handelt es sich um präzise differentielle GNSS-Positionierung in Echtzeit.

### 6.2 Basislinien-RTK

Beim Basislinien-RTK wird davon ausgegangen, dass die entfernungsabhängigen Fehler durch die Bildung von Doppeldifferenzen praktisch entfallen und dadurch die Mehrdeutigkeitsbestimmung sowie die anschließende Positionierung i.d.R. problemlos gelingen. An die Roverstation werden entweder die originalen Beobachtungsdaten der Referenzstation oder ihre sog. Beobachtungskorrekturen, das sind die Differenzen aus originaler Beobachtung und geometrischer Entfernung, übertragen (Bauer, 2003). Bei den Beobachtungskorrekturen handelt es sich somit eigentlich eher um gekürzte Beobachtungen im Sinne der Parameterschätzung. Die Bezeichnung Beobachtungskorrekturen ist also ein wenig missverständlich; zumal beim Netz-RTK tatsächlich Korrekturen übertragen werden. Basislinien-RTK ist, im Wesentlichen in Abhängigkeit von der ionosphärischen Refraktion, auf eine Basislinienlänge von 5 bis 20 km beschränkt. Darüber hinaus gelingt die Festsetzung der Mehrdeutigkeiten nicht mehr zuverlässig (Wanninger, 2006).

### 6.3 Vernetzung von Referenzstationen

Um für Referenzstationsdienste die Stationsdichte wirtschaftlich zu halten (Abstände von deutlich mehr als 5 bis 20 km), wurde frühzeitig damit begonnen, Vernetzungskonzepte bzw. Netz-RTK zu entwickeln. Dabei werden die entfernungsabhängigen Fehler für die Referenzstationen bestimmt und entsprechende Korrekturen anschließend für die Roverposition interpoliert.

#### 6.3.1 Trennung der entfernungsabhängigen Fehler

Orbitfehler und atmosphärische Refraktion sind entfernungsabhängig. Eine Aufteilung in ionosphärisches Residuum  $r_{\text{iono}}$  (6.1) und geometrisches Residuum  $r_{\text{geom}}$  (6.2) ist möglich, wobei sich jedoch eine Vermischung mit stationsabhängigen Fehlern nicht vermeiden lässt

(Wanninger, 2000). Die Residuen beziehen sich jeweils auf eine Doppeldifferenz, sie gelten also satellitenindividuell und epochenweise.

$$r_{\nabla\Delta,iono} = \nabla\Delta L_{GF} - \lambda_1 \cdot N_1 + \lambda_2 \cdot N_2 = -\alpha_{GF} \cdot I_1 + M_{GF} + \varepsilon_{GF} \quad (6.1)$$

$$r_{\nabla\Delta,geom} = \nabla\Delta L_{IF} - R - \lambda_{IF} \cdot N_{IF} = T + \delta R + B + M_{IF} + \varepsilon_{IF} \quad (6.2)$$

Das ionosphärische Residuum beruht auf der geometriefreien Linearkombination (Kapitel 5.3.6). Demzufolge sind Mehrwegefehler und Rauschen zunächst moderat. Eine Umrechnung auf die GPS-Frequenz f1 erfordert die Division durch  $\alpha_{GF}$  bzw. eine Multiplikation mit  $-1,55$ , wodurch das Rauschen und die Mehrwegefehler entsprechend skaliert werden (6.3).

$$r_{\nabla\Delta,iono,L1} = (\nabla\Delta L_{GF} - \lambda_1 \cdot N_1 + \lambda_2 \cdot N_2) / \alpha_{GF} = -I_1 - 1,55 \cdot M_{GF} - 1,55 \cdot \varepsilon_{GF} \quad (6.3)$$

Das geometrische Residuum basiert auf der ionosphärenfreien Linearkombination (Kapitel 5.3.7). Außer dem Mehrdeutigkeitsterm ist also auch die Doppeldifferenz der geometrischen Entfernungen zu subtrahieren. Diese muss im Allgemeinen als fehlerbehaftet angesehen werden, weshalb in (6.2)  $\delta R$  als ihr Fehler eingeführt wird. Rauschen und Mehrwegefehler der ionosphärenfreien Linearkombination sind vergleichsweise groß.

### 6.3.2 Linearität der entfernungsabhängigen Fehler

(Wanninger, 2000) wies durch umfangreiche Simulationsrechnungen nach, dass sich die entfernungsabhängigen Fehler einer 100 km langen Basislinie in Mitteleuropa weitestgehend linear verhalten. Die Doppeldifferenzresiduen, die durch einen Orbitfehler von 50 m entstehen, können mit mm-Genauigkeit interpoliert werden. Für die atmosphärischen Fehler hat Wanninger ebenfalls Extrembeispiele untersucht, wobei Anomalien bzw. Störungen jedoch nicht Gegenstand der Betrachtungen waren. Die troposphärische Refraktion wurde stets um ein a-priori-Troposphärenmodell korrigiert, die ionosphärische Refraktion hingegen nicht. Für eine Elevation von  $10^\circ$  können sich die atmosphärisch bedingten Interpolationsfehler unter ungünstigsten Bedingungen auf 2,5 cm addieren. Bei  $20^\circ$  Elevation ist dieser Extremfehler bereits halbiert und für Elevationen von  $30^\circ$  ist er deutlich kleiner als 1 cm. Unter extremen, jedoch ungestörten Atmosphärenbedingungen liegt der mittlere Interpolationsfehler einer Beobachtungsstation also in der Größenordnung 1 cm. Der troposphärisch bedingte Interpolationsfehler lässt sich durch die Schätzung und Interpolation von relativen ZPD-Korrekturen deutlich senken, wobei dieses Vorgehen eine Aufspaltung des geometrischen Residuums erfordert (Wanninger, 2000). (Wanninger, 2000) untersuchte die Modellierung der entfernungsabhängigen Fehler durch lineare Interpolation anhand von Realdatenauswertungen eines Referenzstationsnetzes in Deutschland auch praktisch. Er konnte zeigen, dass sie bei einer Netzausdehnung von 70 km x 70 km selbst bei Störungen von Ionosphäre (MSTID) und Troposphäre (durchziehende Wetterfronten) noch sehr gut gelingt, wobei ionosphärische Störungen weniger gut kompensiert werden können. (Wanninger, 2000) verzichtete dabei letztlich auf die Aufspaltung des geometrischen Residuums, weil der damit verbundene Genauigkeitsgewinn minimal war.

### 6.3.3 Roverpositionierung im Referenzstationsnetz

An die Phasenmessungen der Roverstation werden zunächst die Korrekturen des Referenzstationsnetzes angebracht. Nach Festsetzung der Mehrdeutigkeiten wird die Roverposition berechnet und stets im Referenzrahmen des Referenzstationsdienstes erhalten. Als Beobachtungen dienen dabei entweder die korrigierten L1-Phasenmessungen oder die geometrisch korrigierten Beobachtungen der ionosphärenfreien Linearkombination. Im Allgemeinen werden die korrigierten L1-Phasenmessungen bevorzugt, da sie bei ungestörter Ionosphäre genauer sind als die ionosphärenfreie Linearkombination (Wanninger, 2002a). Bei ionosphärischen Störungen hingegen kann es vorkommen, dass die korrigierten L1-Phasenmessungen deutlich schlechter sind als die geometrisch korrigierten Beobachtungen der ionosphärenfreien Linearkombination. Die Übereinstimmung zwischen dem interpolierten und dem tatsächlichen ionosphärischen Fehler ist in diesem Fall also nicht mehr gut genug und es sollte die ionosphärenfreie Linearkombination verwendet werden.

### 6.3.4 Flächenkorrekturparameter

Wird eine kritische Basislinienlänge nicht überschritten, so verhalten sich die entfernungsabhängigen Fehler einer Basislinie praktisch linear. In Mitteleuropa gilt dies für eine Basislinienlänge von 100 km. Bei entsprechenden Stationsabständen lassen sich die Korrekturen eines Referenzstationsnetzes also prinzipiell als Ebene parametrisieren, wobei die Flächenkorrekturparameter (FKP) die Ebene, bzw. allgemein eine Korrekturfläche, beschreiben (Wanninger, 2000). Dazu sind mindestens drei Referenzstationen bzw. zwei Basislinien erforderlich. Die Abkürzungen RW und HW in den Formeln stehen für den Rechts- und Hochwert des verwendeten Koordinatensystems.

$$v_{\nabla\Delta,iono,L1} = -r_{iono,L1} = FKP_{iono,RW} \cdot (RW - RW_0) + FKP_{iono,HW} \cdot (HW - HW_0) \quad (6.4)$$

$$v_{\nabla\Delta,geom} = -r_{geom} = FKP_{geom,RW} \cdot (RW - RW_0) + FKP_{geom,HW} \cdot (HW - HW_0) \quad (6.5)$$

Die geometrischen und ionosphärischen Residuen beziehen sich stets auf eine Doppel-differenz. Sie werden also bei Festlegung auf eine zentrale Referenzstation (ihr Rechts- und Hochwert sind durch den Index 0 gekennzeichnet) und einen Referenzsatelliten epochenweise für alle weiteren Satelliten einer zweiten Referenzstation berechnet. Die negativen Residuen dienen anschließend als Beobachtungen zur epochenweisen Berechnung der Flächenkorrekturparameter mittels der Gleichungen (6.4) und (6.5) bzw. (6.7).

#### *Höhenabhängigkeit der troposphärischen Refraktion*

Da die troposphärische Refraktion deutlich höhenabhängig ist (vgl. Tab. 4.1), muss bei der Berechnung von geometrischen Residuen ein a-priori-Troposphärenmodell  $T_0$  berücksichtigt werden (6.6). Dementsprechend ergibt sich der troposphärische Restfehler  $\delta T$ .

$$r_{\nabla\Delta,geom} = \nabla\Delta L_{IF} - R - \lambda_{IF} \cdot N_{IF} - T_0 = \delta T + \delta R + B + M_{IF} + \varepsilon_{IF} \quad (6.6)$$

(Wanninger, 2000) konnte nach Anbringen eines a-priori-Troposphärenmodells bei Höhenunterschieden von 500 m im Referenzstationsnetz keine Höhenabhängigkeit der geometrischen Residuen feststellen. Die Höhenabhängigkeit ist also beseitigt und die Residuen können mit (6.5) ausschließlich lageabhängig interpoliert werden. Für größere Höhendifferenzen geht (Wanninger, 2000), basierend auf (Rührnößl et al., 1998), von einer linearen Höhenabhängigkeit aus. Dementsprechend gilt für die geometrische Doppeldifferenzkorrektur (6.7).

$$v_{\nabla\Delta, geom} = FKP_{geom, RW} \cdot (RW - RW_0) + FKP_{geom, HW} \cdot (HW - HW_0) + FKP_{geom, Höhe} \cdot (H - H_0) \quad (6.7)$$

(Rührnößl et al., 1998) und auch (Schön et al., 2005) konnten zeigen, dass in einem kleinräumigen Alpentälchen eine ausschließlich höhenabhängige Fehlermodellierung sehr gut funktioniert; d.h. es wurde nur der letzte Summand in (6.7) verwendet. Selbstverständlich erfordert der vollständige Ansatz (6.7) mindestens vier Referenzstationen, die überdies signifikante Höhenunterschiede aufweisen müssen.

### *Stationsabhängige Fehler in den FKP*

Die Gleichungen (6.3) und (6.6) zeigen, dass die Residuen und damit die Flächenkorrekturparameter durch die stationsabhängigen Fehler verfälscht sind. Durch Glättung der FKP-Zeitreihen lässt sich diese Verfälschung reduzieren. Dabei sind allerdings die stochastischen Eigenschaften der ionosphärischen und geometrischen Residuen zu beachten, damit deren Signal erhalten bleibt (s.u.). Eine weitere Möglichkeit der Fehlerreduzierung besteht in der Überbestimmung der Flächenkorrekturparameter durch eine entsprechend große Anzahl von Referenzstationen. Dabei ist zu beachten, dass durch die Hinzunahme von Stationen die Ausdehnung des Referenzstationsnetzes nicht zu groß wird. Anderenfalls kann die Linearität der Residuen nicht mehr vorausgesetzt werden.

### *Korrelationszeiten der Residuen und stationsabhängige Fehler*

(Wanninger, 2000) nennt als Korrelationszeiten 10 Minuten für das ionosphärische Residuum sowie eine Stunde für das geometrische Residuum. Die Perioden von Mehrwegefehlern sind abhängig vom Reflektorabstand (Kapitel 3.2.4). Bei fest installierten Referenzstationen gibt es häufig Reflektoren im Nahfeld der Antenne, die dementsprechend zu langperiodischen Mehrwegefehlern führen (Wanninger et al., 2006). Mit zunehmendem Reflektorabstand werden die Mehrwegefehler hochfrequenter. Das Periodenspektrum der Mehrwegefehler enthält also i.d.R. die Korrelationszeiten der Residuen. Eine vollständige Beseitigung von Mehrwegefehlern durch Filterung der Residuen- oder FKP-Zeitreihen ist deshalb nicht möglich. Werden Broadcast-Bahnen verwendet, so ist bei den Glättungsmethoden außerdem zu beachten, dass die Aufdatierung der Bahnparameter zu einer Unstetigkeit des geometrischen Residuums führt (Wanninger, 2000). Mit einem analogen Effekt muss gerechnet werden, falls stattdessen prädiszierte Ultra-Rapid Satellitenbahnen zum Einsatz kommen und die dementsprechende Orbitdatei aktualisiert wird.

---

### Alternative Formulierung für das geometrische Residuum

Im Hinblick auf die bessere lineare Interpolationsfähigkeit ist es empfehlenswert, den Troposphärenanteil in (6.6) durch den relativen ZPD-Parameter der beiden Basislinienstationen A und B sowie die Wertedifferenz einer Mapping-Funktion auszudrücken (Wanninger, 2000).

$$r_{\nabla\Delta, geom} = \Delta ZPD_{A,B} \cdot (m_B^i - m_B^j) + \delta R + B + M_{IF} + \varepsilon_{IF} \quad (6.8)$$

Wanninger teilte das geometrische Residuum entsprechend (6.8) in einen Troposphärenanteil und einen Orbit- bzw. Restanteil auf. Heute scheint bei Verwendung von prädierten Ultra-Rapid Satellitenbahnen ein anderes Vorgehen vielversprechend. Deren eindimensionaler RMS wird mit 5 cm angegeben (Tab. 3.1). Wird zunächst der dreifache RMS als eindimensionaler Maximalfehler veranschlagt und daraus anschließend der räumliche Maximalfehler berechnet, so wird eine 100 km lange Basislinie gemäß Formel (5.3) um maximal 1 mm verfälscht. Da auch von mm-genauen Referenzstationskoordinaten ausgegangen wird, deren Fehlereinfluss durch Doppeldifferenzbildung wiederum stark reduziert wird, ist es naheliegend,  $\delta R$  zu vernachlässigen. Werden außerdem Beugungsfehler mittels einer  $\Delta SNR$ -Gewichtung stark reduziert, so kann (6.8) in sehr guter Näherung durch (6.9) ersetzt werden.

$$r_{\nabla\Delta, geom} = r_{\nabla\Delta, tropo} = \Delta ZPD_{A,B} \cdot (m_B^i - m_B^j) \quad (6.9)$$

Zur Bestimmung eines ZPD-Parameters tragen alle Satelliten einer Station bei. Außerdem kann er i.d.R. für eine Zeitdauer von 30 Minuten bis einer Stunde als konstant angesehen werden. Deshalb ist der Einfluss von Mehrwegefehlern deutlich reduziert und auch das hohe Rauschniveau der ionosphärenfreien Linearkombination wirkt sich weit weniger problematisch aus als bei den satellitenindividuellen FKP, die epochenweise berechnet werden.

### Alternative Formulierung für das ionosphärische Residuum

Aus den Beobachtungsgleichungen der beteiligten Linearkombinationen lässt sich die Formel (6.10) herleiten.

$$r_{\nabla\Delta, L1} = r_{\nabla\Delta, iono, L1} + r_{\nabla\Delta, geom} = \nabla \Delta L_1 - R - \lambda_1 \cdot N_1 = T + B + \delta R - I_1 + M_1 + \varepsilon_1 \quad (6.10)$$

Unter den Voraussetzungen, dass Beugungsfehler vorab praktisch beseitigt werden, der Fehler  $\delta R$  vernachlässigbar gering ist und die troposphärische Refraktion wie in (6.8) durch einen relativen ZPD-Parameter berücksichtigt wird, gilt für das ionosphärische Residuum (6.11).

$$r_{\nabla\Delta, iono, L1} = r_{\nabla\Delta, L1} - r_{\nabla\Delta, tropo} = r_{\nabla\Delta, L1} - \Delta ZPD_{A,B} \cdot (m_B^i - m_B^j) = -I_1 + M_1 + \varepsilon_1 \quad (6.11)$$

Das ionosphärische Residuum beruht also nicht mehr auf der geometriefreien Linearkombination, sondern auf der L1-Doppeldifferenz und der Geometrie (Satelliten- und Stationskoordinaten sowie Troposphärenparameter). Diese alternative Berechnung senkt das Niveau der Mehrwegefehler und auch das Rauschniveau. Sie ist deshalb der herkömmlichen Berechnung vorzuziehen, falls die o.g. Voraussetzungen erfüllt werden können.



---

### *Herkömmliche und alternative Berechnung der Residuen*

Die Formel (6.10) zeigt, dass auch bei der herkömmlichen Berechnung der geometrischen und ionosphärischen Residuen deren Summe das L1-Residuum ergibt; es ist also in beiden Berechnungsvarianten äquivalent. Die alternative Berechnung führt jedoch dazu, dass die Trennung zwischen geometrischen und ionosphärischen Residuen besser gelingt. Dieser Vorteil kommt voll zur Geltung, wenn bei der Roverpositionierung geometrisch korrigierte Beobachtungen der ionosphärenfreien Linearkombination benutzt werden. Im Rahmen dieser Arbeit werden für die Roverpositionierung ausschließlich L1-Beobachtungen verwendet. Dementsprechend werden letztlich L1-Korrekturen angebracht und der eben beschriebene Hauptvorteil entfällt. Ein weiterer Vorteil der alternativen Residuenberechnung besteht in der Möglichkeit, geometrische und ionosphärische FKP-Zeitreihen unabhängig voneinander bzw. gemäß ihrer Korrelationszeiten zu glätten. Bei der herkömmlichen Berechnung der Residuen hingegen ist das nicht empfehlenswert. Ansonsten führen ausgeprägte Mehrwegefehler in den geometrischen und ionosphärischen Residuen zu einer systematischen Verfälschung der L1-Korrektur. Die Mehrwegefehler der Residuen haben nämlich identische Perioden (anderenfalls würde ihre Summe nicht vergleichsweise geringe L1-Mehrwegefehler ergeben; siehe Abb. 8.7). Aus diesem Grund würde eine voneinander abweichende Glättung der beiden FKP-Zeitreihen, insbesondere im Hinblick auf das Glättungsintervall, dazu führen, dass die Summe der interpolierten Korrekturen systematisch verfälschte L1-Mehrwegefehler enthält.

### *Roverpositionierung mit FKP und zentraler Referenzstation*

Zunächst übermittelt der Nutzer seine Näherungsposition an den Referenzstationsdienst. Anschließend erhält er Flächenkorrekturparameter, die mit den Referenzstationen seiner Umgebung berechnet wurden und die sich auf die nächstgelegene Referenzstation beziehen. Sie ist für diesen Nutzer die zentrale Referenzstation, d.h. außer den FKP werden auch ihre Beobachtungsdaten übertragen. Die Gleichungen (6.4) und (6.5) bzw. (6.7) dienen mit den FKP dazu, die geometrischen und ionosphärischen Korrekturen für die Roverstation epochenweise zu berechnen. Unter Berücksichtigung dieser Beobachtungskorrekturen wird mittels einer mehrdeutigkeitsfixierten Basislinienlösung die Roverposition berechnet. Dabei muss das a-priori-Troposphärenmodell dasselbe sein wie bei der FKP-Berechnung; die Transformation der FKP auf einen anderen Referenzsatelliten hingegen ist möglich. Während der Einfluss der stationsabhängigen Fehler auf die FKP reduziert werden kann, fließen die stationsabhängigen Fehler der zentralen Referenzstation in vollem Umfang in die Basislinienberechnung ein.

#### **6.3.5 Virtuelle Referenzstation**

Auch beim Konzept der Virtuellen Referenzstation (VRS) übermittelt der Nutzer zunächst seine ungefähre Roverposition an den Referenzstationsdienst. Anschließend bekommt er Beobachtungen einer virtuellen Referenzstation zur Verfügung gestellt, die sich in seiner unmittelbaren Nähe befindet. Die Berechnungsschritte zur Erzeugung der virtuellen Beobachtungen werden im Folgenden, gemäß der Darstellung von (Wanninger, 2000), beschrieben.



---

### *VRS-Berechnung: Residuen RES1*

Für alle beteiligten Referenzstationen werden aus den undifferenzierten Phasenbeobachtungen durch Subtraktion der geometrischen Entfernung und des a-priori-Troposphärenmodells sowie der Berücksichtigung von Antennenkorrekturen die Residuen RES1 berechnet.

### *VRS-Berechnung: Doppeldifferenzmehrdeutigkeiten und FKP-Berechnung*

Die Doppeldifferenzmehrdeutigkeiten des Referenzstationsnetzes sind zu bestimmen. Anschließend können geometrische und ionosphärische Residuen sowie Flächenkorrekturparameter berechnet werden.

### *VRS-Berechnung: Mehrdeutigkeiten der undifferenzierten Beobachtungen*

Über die Mehrdeutigkeiten der zentralen Referenzstation zu allen Satelliten sowie diejenigen des Referenzsatelliten zu allen Stationen kann im Prinzip frei verfügt werden; sie sollten jedoch plausibel gewählt werden. Alle weiteren Mehrdeutigkeiten ergeben sich aus diesen gewählten Werten und den zuvor bestimmten Doppeldifferenzmehrdeutigkeiten.

### *VRS-Berechnung: Residuen RES2*

Von den Residuen RES1 werden der Mehrdeutigkeitsterm abgezogen sowie die FKP-Korrekturen berücksichtigt. Die so erhaltenen Residuen RES2 enthalten im Wesentlichen noch die Uhrenfehler, die geometrischen und ionosphärischen Fehler der zentralen Referenzstation sowie die stationsabhängigen Fehler.

### *VRS-Berechnung: Residuen RES3*

Die Residuen RES3 entstehen durch Mittelung der Residuen RES2. Da Mehrwegefehler mit wechselndem Vorzeichen auftreten können, führt die Mittelung i.d.R. zu einer Reduzierung der stationsabhängigen Fehler.

### *VRS-Berechnung: Berechnung der virtuellen, undifferenzierten Beobachtungen*

Die virtuellen, undifferenzierten Beobachtungen sind die Summe aus der geometrischen Entfernung, dem a-priori-Troposphärenmodell, den Residuen RES3 und den negativen FKP-Korrekturen.

### *Roverpositionierung mit VRS*

Die Roverposition wird mittels einer mehrdeutigkeitsfixierten Basislinienlösung berechnet. Die Basislinie zur VRS ist i.d.R. so kurz, dass auf atmosphärische a-priori-Korrekturen verzichtet werden kann. Das darf jedoch nicht darüber hinweg täuschen, dass das Konzept VRS nur funktioniert, wenn die vorherige Modellierung der entfernungsabhängigen Fehler erfolgreich war. Die Residuen RES1 bis RES3 und damit auch die virtuelle Referenzstation enthalten über die geometrische Entfernung implizit den Referenzrahmen des Referenzstationsnetzes.

### *VRS-Vorteile im Vergleich zum FKP-Konzept mit realer Referenzstation*

Die VRS-Berechnung erfordert die Kenntnis von FKP; insofern ist das Konzept VRS eine Weiterentwicklung des FKP-Ansatzes. Die FKP beziehen sich stets auf ein a-priori-Tropo-

---

sphärenmodell. Zwar kann diese Beschränkung auch durch die Erzeugung von alternativen FKP umgangen werden, mit dem VRS-Konzept jedoch wird sie prinzipiell überwunden. Außerdem entstehen die stationsabhängigen Fehler der virtuellen Referenzstation durch Mittelung. Das garantiert zwar nicht immer eine Reduzierung im Vergleich zu der realen Referenzstation, die die geringsten Mehrwegefehler hat. Bezogen auf alle Referenzstationen führt die Mittelung jedoch stets zu einer Homogenisierung der stationsabhängigen Fehler.

### **6.3.6 Master Auxiliary Concept**

Beim Master Auxiliary Concept erhält der Nutzer die mehrdeutigkeitsfixierten Beobachtungen der Referenzstationen in seiner Umgebung. Dabei wird zwischen einer Master-Referenzstation und weiteren, sog. Auxiliary-Stationen unterschieden. Die Modellierung der entfernungsabhängigen Fehler sowie die Anzahl und Auswahl der verwendeten Auxiliary-Stationen liegen in der Verantwortlichkeit des Nutzers. Weitergehende Darstellungen finden sich z.B. bei (Wanninger, 2006) und (Euler et al., 2004).

## **6.4 Echtzeitaspekte**

### **6.4.1 Positionierung in Echtzeit**

Bei Referenzstationsdiensten werden die Beobachtungen der einzelnen Referenzstationen kontinuierlich als Datenstrom an eine zentrale Datenerfassungs- und Rechenstelle gesendet. In der Zentrale werden die Referenzstationen vernetzt, d.h. es werden zunächst die Mehrdeutigkeiten und je nach Vernetzungskonzept ggf. anschließend Korrekturparameter bestimmt. Der Nutzer kommuniziert mit der Zentrale und erhält von dieser die Beobachtungsdaten und ggf. Korrekturparameter. Die Differenz zwischen dem Zeitpunkt, auf den sich die übertragenen Daten beziehen, und dem Zeitpunkt, zu dem sie beim Nutzer eintreffen, beträgt dabei höchstens wenige Sekunden. Auf Nutzerseite ist anschließend zunächst die Initialisierung zu absolvieren, d.h. die Rover-Mehrdeutigkeiten müssen erfolgreich bestimmt werden. Danach fallen alle weiteren Auswerteschritte zur Berechnung der Roverposition an. Mit Ausnahme der Initialisierung zu Messbeginn ist der Zeitaufwand für die Datenerfassung, Auswertung und Datenübertragung insgesamt so gering, dass er vom Nutzer unbemerkt bleibt und dieser den Eindruck einer instantanen Roverpositionierung erhält.

### **6.4.2 Echtzeitnahe Positionierung**

Beträgt die Zeitdifferenz zwischen Messung und Ergebnis bei einem automatisierten GPS-Auswertekonzept trotz unverzüglicher Auswertung mehrere Minuten, so kann es immerhin noch als echtzeitnah bezeichnet werden. Die größere Verzögerung kommt i.d.R. dadurch zu Stande, dass die Datenerfassung bewusst über mehrere Minuten betrieben wird, also über einen kurzen Zeitraum statisch beobachtet wird. Das Verwenden von Datenströmen ist nicht zwingend erforderlich, es können auch Dateien übertragen werden.

---

## 7 Echtzeitnahe Positionierung im Mixmode-GPS-Netz

---

### 7.1 Projekt Exupéry

#### 7.1.1 Einführung

Im Rahmen des GEOTECHNOLOGIEN-Projektes Exupéry wurde zwischen 2007 und 2010 ein mobiles Vulkan-Frühwarnsystem (Volcano Fast Response System, VFRS) entwickelt, das bei Anzeichen vulkanischer Aktivität vergleichsweise schnell installiert werden kann und anschließend den Vulkanzustand echtzeitnah beschreibt bzw. überwacht (URL VFRS-1). Das VFRS bedient sich dabei verschiedenster Beobachtungsverfahren. Deformationen werden mittels GPS sowie terrestrischer und satellitengestützter Radarinterferometrie gemessen. Die vulkanische Entgasung wird ebenfalls sowohl durch terrestrische als auch durch Satellitensensoren erfasst. Zum Einsatz kommen außerdem Infrarot-Satellitensensoren zur Überwachung der Vulkantemperatur sowie seismische Messungen. Die Übertragung der terrestrischen Messdaten an den VFRS-Zentralrechner geschieht über ein sich selbst organisierendes WLAN-Netzwerk. Das bedeutet, dass die zu übertragenden Datenpakete den kürzesten Weg nehmen und außerdem der Ausfall einzelner WLAN-Knoten kompensiert werden kann. Da die geforderte Reichweite bis zu 10 km beträgt (Abb. 7.1), wird spezielle WLAN-Hardware benötigt.

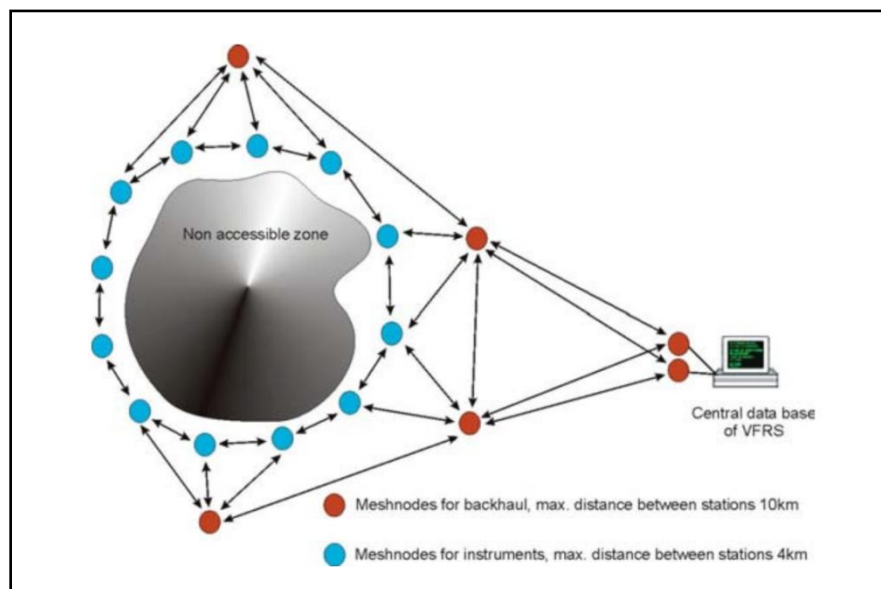


Abb. 7.1: Prinzipielle Darstellung des WLAN-Netzwerkes.

Die Arbeitsteilung bzw. Organisation des Exupéry-Projektes ist in der Abbildung 7.2 dargestellt. Alle Beobachtungsdaten laufen im VFRS-Zentralrechner zusammen und werden anschließend analysiert. Die Deformationsmessungen und die seismischen Beobachtungen

dienen außerdem als Eingangsdaten für die physikalische Modellierung des Vulkanzustandes. Alle wesentlichen Daten und Ergebnisse werden in einer Datenbank gespeichert und durch ein Geoinformationssystem (GIS) visualisiert. Letztlich dient das GIS auch einer zusammenfassenden Darstellung der Risikolage mittels definierter Alarmstufen.

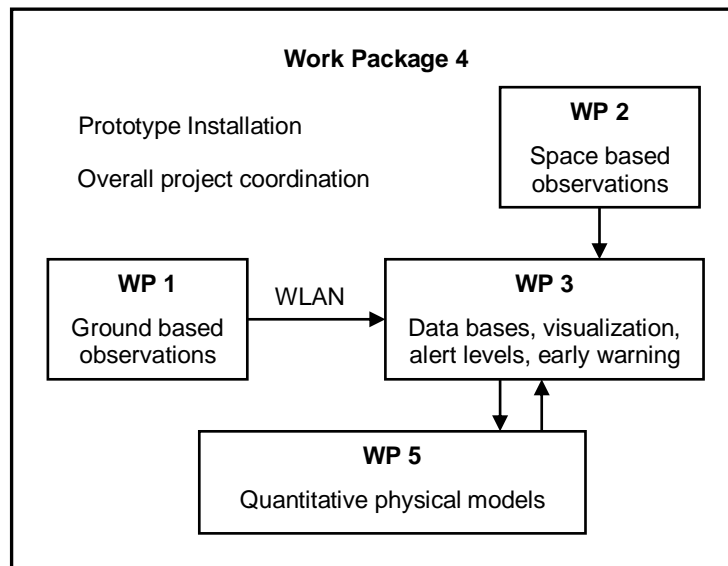


Abb. 7.2: Aufgaben der Arbeitsgruppen im Exupéry-Projekt.

### 7.1.2 Deformationsmessung mit GPS und bodengestütztem SAR

Innerhalb der Arbeitsgruppe 1 entwickelte das Institut für Physikalische Geodäsie der TU Darmstadt (TUD) einen neuen Ansatz zur Deformationsmessung. Er kombiniert ein terrestrisches, fest installiertes Radargerät mit synthetischer Apertur (SAR) mit einem GPS-Netz, das aus geodätischen Zweifrequenzempfängern und preisgünstigen Einfrequenzempfängern besteht (Mixmode-GPS-Netz). Mit dem SAR-Gerät wird eine Flanke des Vulkans flächenhaft beobachtet. Die Spezifikationen des eingesetzten Gerätes IBIS-L sind in der Tabelle 7.1 zusammengefasst (Rödelsperger et al., 2010).

Tab. 7.1: Spezifikationen des terrestrischen Radargerätes IBIS-L.

Frequenz	17,2 GHz
Wellenlänge	17,4 mm
Reichweite	4 km
Entfernungsauflösung	bis zu 75 cm
Querauflösung	bis zu 4,5 mrad
Phasenmessgenauigkeit	0,1 bis 1 mm
Höchste Sampling-Rate	5 bis 10 min

Die Phasendifferenz zweier SAR-Aufnahmen liefert ein Interferogramm. Gemäß (Rödelisperger et al., 2010) beruht die Auswertung eines jeden Pixels im Interferogramm auf der grundlegenden Beobachtungsgleichung (7.1).

$$\varphi_1 [-\pi, +\pi] - \varphi_2 [-\pi, +\pi] = \Delta\varphi_{Deform}^{LOS} + \Delta\varphi_{Tropo} + \Delta\varphi_{Rauschen} - N \cdot 2\pi \quad (7.1)$$

Nach Korrektur der troposphärischen Laufzeitverzögerung verbleiben zunächst zwei Unbekannte, zum einen die Deformation senkrecht zur Mikrowellenfront bzw. in der sog. line of sight (LOS) und zum anderen die Phasenmehrdeutigkeit  $N$ . Die Gleichung ist also mehrdeutig und nur nach erfolgreicher Festsetzung der Mehrdeutigkeit lässt sich die Deformation in der line of sight bestimmen. Anders als bei GPS ist es nicht möglich, die Phasendurchgänge zwischen den Beobachtungen, d.h. den Radar-Aufnahmen, zu zählen. Die Mehrdeutigkeit ist also für jedes Aufnahmepaar zu bestimmen, weshalb diese Bestimmung im Prinzip sehr anspruchsvoll ist. Sie ist nur dann trivial, falls die Deformation mit Sicherheit weniger als ein Viertel der Wellenlänge beträgt. Bei der hohen Sampling-Rate wird das meistens der Fall sein. Um dies zu bestätigen bzw. anderenfalls die Bestimmung der Phasenmehrdeutigkeiten zu ermöglichen, sind externe Deformationsinformationen notwendig.

Die Zweifrequenzempfänger des GPS-Netzes umschließen das Risiko- bzw. Deformationsgebiet und definieren zunächst den Referenzrahmen (Abb. 7.3). Außerdem dienen sie der echtzeitnahen Bestimmung der entfernungsabhängigen Fehler. Anschließend werden daraus mittels der FKP-Methode Korrekturen für die Position der Einfrequenzempfänger interpoliert. Diese werden im Risikogebiet eingesetzt um die Deformation punktuell zu messen und um die Auswertung der SAR-Aufnahmen zu unterstützen.

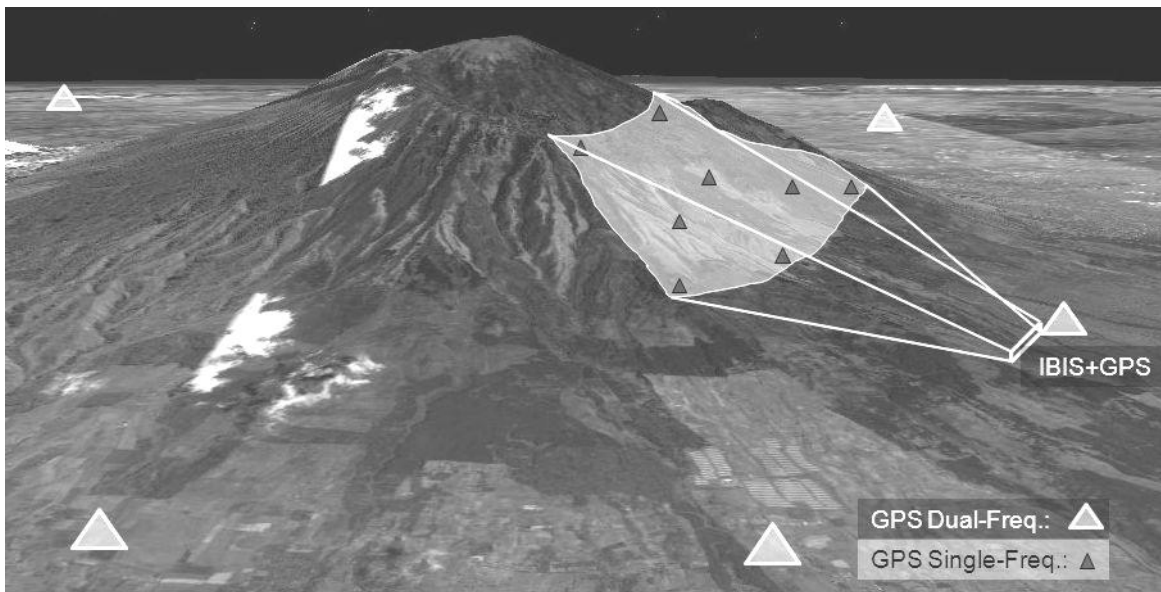


Abb. 7.3: Prinzipielle Darstellung der Deformationsmessung mit GPS und bodengestütztem SAR.

---

Die Phasenauswertung von Radarbildern ist grundsätzlich von den Reflexionseigenschaften des Aufnahmeobjektes abhängig. Sie gelingt am besten, wenn das Objekt gut reflektiert und sich sein Reflexionsverhalten zwischen den beiden Aufnahmen eines Interferogramms praktisch nicht verändert. Insbesondere Vegetation ist in dieser Hinsicht problematisch. Nicht zuletzt deshalb ist es durchaus üblich, das Aufnahmegebiet punktuell mit Radarreflektoren zu bestücken.

Beim TUD-Ansatz zur Deformationsmessung mit GPS und bodengestütztem SAR werden Radarreflektoren in unmittelbarer Nähe zu den GPS-Einfrequenzempfängern installiert. Auf diese Weise liefert die GPS-Auswertung einerseits punktuelle Deformationsinformationen zur Unterstützung der interferometrischen Radarauswertung. Andererseits ermöglicht sie eine gemeinsame Georeferenzierung. Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit ist die Entwicklung und Realisierung eines neuen Ansatzes zur echtzeitnahen Positionierung auf Grundlage eines Mixmode-GPS-Netzes und den Methoden von Netz-RTK. Zunächst werden einige Publikationen zu diesem Themenkreis zusammengefasst, um den aktuellen Stand der Wissenschaft wiederzugeben.

## **7.2 Veröffentlichungen zum Thema Netz-RTK und Mixmode-GPS-Netz**

(Wanninger, 2000) wies in seiner Habilitationsschrift u.a. die Linearität der entfernungsabhängigen Fehler für ein regionales GPS-Referenzstationsnetz in Mitteleuropa nach und beschrieb die beiden Methoden FKP und VRS ausführlich.

(Hartinger, 2001) entwickelte ein System zur echtzeitnahen Deformationsüberwachung auf Grundlage eines Mixmode-GPS-Netzes. Auf den Referenzstationen werden geodätische Zweifrequenzempfänger, auf den Roverstationen hochwertige Einfrequenzempfänger eingesetzt. Alle Stationen sind mit Choke-Ring-Antennen bestückt. Diese sind vergleichsweise teuer, da sie zum Zwecke der Mehrwegereduktion aufwendig konstruiert sind. Die Basislinienlängen liegen im Bereich weniger 100 m, so dass ionosphärische Korrekturen nicht erforderlich sind. Troposphärische Korrekturen werden nur bei großen Höhenunterschieden berücksichtigt, z.B. bei der Überwachung einer alpinen Hangrutschungszone. Es handelt sich dabei um den bereits im Kapitel 6.3.4 erwähnten, höhenabhängigen Korrekturansatz von (Rührnößl et al., 1998).

Bereits 2003 untersuchte Janssen das Potential von Mixmode-GPS-Netzen für die Deformationsüberwachung von Vulkanen (Janssen, 2003). Er wertete im Rahmen seiner Dissertation mehrere Mixmode-GPS-Netze aus, die während starker Ionosphärenaktivität beobachtet wurden. Janssen wies zunächst nach, dass dabei die ionosphärische Refraktion die dominante Fehlerquelle ist und beschränkte sich anschließend auf die Berechnung ionosphärischer Korrekturen. Die troposphärische Refraktion berücksichtigte er ausschließlich durch ein a-priori-Modell. Nachfolgend werden zwei seiner Netze und die entsprechenden Ergebnisse exemplarisch beschrieben. Zunächst wird ein Beispiel für starke Sonnenaktivität in mittleren Breiten wiedergegeben. Janssen wertete GPS-Daten aus, die in einem südkalifornischen Netz



---

im Sommer 2000 beobachtet wurden. Das Referenzstationsnetz zur Berechnung der Korrekturen besteht aus drei Stationen. Seine beiden Basislinien sind jeweils ca. 60 km, die ionosphärisch korrigierten L1-Basislinien sind 11 bzw. 15 km lang. Janssen wertete diese epochenweise im Postprocessing aus und erhielt Standardabweichungen von weniger als 1 cm in der Lage sowie 1,5 bis 3 cm in der Höhe (Wiederholgenauigkeit). Beim zweiten Beispiel handelt sich um ein Mixmode-GPS-Netz zur Vulkanüberwachung auf Java. Es befindet sich also in der Nähe des geomagnetischen Äquators und wurde im Sommer 2001 beobachtet. Die Basislinien des Referenzstationsnetzes sind 31 und 53 km, die inneren L1-Basislinien jeweils 8 km lang. Die Auswertung nach dem bereits beschriebenen Schema ergab Standardabweichungen von 3 bis 5 cm in der Lage sowie von 7 bis 8 cm in der Höhe. Die Wiederholgenauigkeit der korrigierten und der unkorrigierten L1-Basislinien war damit praktisch identisch. Unter extremen ionosphärischen Bedingungen muss bei einem Referenzstationsabstand von ca. 40 km also damit gerechnet werden, dass die Interpolation der Ionosphärenkorrekturen scheitert.

In seinen Beiträgen zur präzisen Echtzeitpositionierung in GPS-Referenzstationsnetzen stellt (Willgalis, 2005) alle bekannten Netz-RTK-Verfahren vor, sowohl auf Grundlage von differenzierten als auch von undifferenzierten Beobachtungen. Er stellt dabei fest, dass sich letztlich FKP und VRS durchgesetzt haben. Willgalis behandelt darüber hinaus alle weiteren Aspekte, die bei der Realisierung von echtzeitfähigen GPS-Referenzstationsnetzen von Bedeutung sind, insbesondere die Datenübertragung und die dabei benutzten Datenformate. Zur Auswertung von Realdaten in Norddeutschland verwendete er die echtzeitfähige Auswertesoftware GNNET von der Fa. Geo++ im Postprocessing. Unter Verwendung von undifferenzierten Beobachtungen und des FKP-Ansatzes erreichte Willgalis eine Lagegenauigkeit von 1 bis 2 cm bei wenigen Minuten Beobachtungsdauer.

Schwieger und Wanninger veröffentlichten 2006 einen Beitrag zum Potential von GPS-Navigationsempfängern (Schwieger und Wanninger, 2006), wobei sie deren Preisniveau mit 100 bis 500 € angaben. Sie untersuchten das Genauigkeitspotential des Navigationsempfängers Garmin eTrex Vista in der Basislinienauswertung. Dazu wurden seine Code- und Phasenbeobachtungen gespeichert und anschließend im Postprocessing Basislinien berechnet. Im Rahmen ihrer Untersuchungen stellten die Autoren fest, dass der von ihnen untersuchte Navigationsempfänger Phasensprünge mit halber Wellenlänge aufweist. Dementsprechend ist bei der Phasenvorverarbeitung und der Mehrdeutigkeitsbestimmung die Wellenlänge zu halbieren. Schwieger und Wanninger berichten des Weiteren, dass auch andere Navigationsempfänger dieses besondere Phasensprungsverhalten zeigen. Letztlich kommen sie zu dem Ergebnis, dass Basislinien bis zu 1 km Länge mit einer Genauigkeit von 1 bis 2 cm (RMS), sowohl in der Lage als auch in der Höhe, ausgewertet werden können. Voraussetzung sind mindestens 30 Minuten Beobachtungszeit, die Verwendung von Antennenkalibrierwerten, eine Auswertesoftware, die mit halber Wellenlänge operieren kann, sowie eine störungsfreie Stationsumgebung. Beugungs- und Mehrwegefehler führten bei Stationen mit diesbezüglich problematischer Umgebung zu falschen Mehrdeutigkeitsbestimmungen. Sie wurden nachträglich durch eine interaktive Auswertung auf Grundlage einer Residuenanalyse korrigiert.

---

Der Referenzstationsdienst SAPOS gibt für seinen RTK-Dienst HEPS als Genauigkeit 1 bis 2 cm in der Lage und 2 bis 6 cm in der Höhe an (URL SAPOS). Testmessungen mit kommerzieller Hard- und Software und anschließende Soll-Ist-Vergleiche aus dem Jahr 2005 zeigen, dass bei einer Beobachtungszeit von 15 Sekunden die wahren Residuen dieses Genauigkeitsniveau i.d.R., aber nicht immer, erreichen (Illner und Knöpfler, 2006).

### 7.3 Ein neuer Ansatz zur echtzeitnahen Positionierung im Mixmode-GPS-Netz

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird ein neuer Ansatz zur echtzeitnahen Positionierung auf Grundlage eines Mixmode-GPS-Netzes und den Methoden von Netz-RTK entwickelt. Er ist durch Implementierung einer entsprechenden Auswerte-Software zu realisieren. Letztlich ist seine Funktionsfähigkeit durch die Auswertung und Analyse von Realdaten nachzuweisen.

Durch Testmessungen und Auswertungen müssen zuerst geeignete, möglichst preisgünstige Einfrequenzantennen und -empfänger gefunden werden. Sie sollen später im Risikogebiet auf den Roverstationen eingesetzt werden. Dabei wird erwartet, dass die Güte ihrer Phasenmessung vergleichbar ist mit der von geodätischen GPS-Sensoren. Die außerhalb des Risikogebietes gelegenen Referenzstationen werden mit Zweifrequenzempfängern ausgerüstet. Auf Grundlage ihrer Phasenmessungen werden entfernungsabhängige Korrekturen für die Roverstationen erzeugt. Die interpolierten Korrekturwerte sollen, wie dies bei Netz-RTK üblicherweise gefordert wird, die tatsächlichen Fehler mit 1cm-Genauigkeit reproduzieren (Wanninger, 2006).

Topographisch bedingt ergibt sich eine spezielle Stationskonstellation. Die Referenzstationen umschließen das Einsatzgebiet auf einem weitgehend einheitlichen Höhenniveau, einige der Roverstationen befinden sich auf deutlich größerer Höhe (Abb. 7.3). Das wirft die zusätzliche Fragestellung auf, inwieweit die Troposphärenkorrekturen, die für gewöhnlich durch eine ausschließlich lageabhängige Interpolation entstehen, unter dieser Konstellation leiden.

Das Radargerät IBIS-L benötigt im verwendeten Messmodus 10 Minuten für eine Aufnahme. Dementsprechend basiert die Datenerfassung und Auswertung des Mixmode-GPS-Netzes auf Beobachtungsdateien von 10 Minuten Dauer. Das Auswertekonzept berücksichtigt dabei alle Aspekte, die in den Grundlagenkapiteln dieser Arbeit erörtert wurden. Insbesondere folgende Anforderungen sind zu erfüllen.

- Phasenzentrumvariationen müssen korrigiert werden. Im Falle der Einfrequenzantennen bedeutet dies, dass sie geeignet zu kalibrieren sind.
- Es sind a-priori-Korrekturen anzubringen, um die troposphärischen und ionosphärischen Laufzeitfehler vorab zu reduzieren.
- Zur Minimierung von Beugungseinflüssen ist ein  $\Delta$ SNR-abhängiger Gewichtsansatz zu realisieren.
- Grobe Phasenmessfehler müssen detektiert und eliminiert werden.



- 
- Die Mehrdeutigkeitsfestsetzung im Referenzstationsnetz sollte geschätzte Troposphärenparameter (aus der Vergangenheit) berücksichtigen.
  - Zur Festsetzung der Mehrdeutigkeiten muss ein hocheffizientes Suchverfahren, wie z.B. LAMBDA, verwendet werden. Anderenfalls ist eine Festsetzungsquote in der Größenordnung von 100% nicht gewährleistet.
  - Wie später noch beschrieben wird, weist der ausgewählte L1-Empfänger halbe Phasensprünge auf. Dies ist bei der Phasen-Vorverarbeitung und der Mehrdeutigkeitsfestsetzung geeignet zu behandeln.
  - Spätestens bei der Positionsberechnung sind mathematische Korrelationen korrekt zu berücksichtigen.
  - Bei der Mehrdeutigkeitsbestimmung und Positionsberechnung muss der Einsatz verschiedener Linearkombinationen möglich sein.
  - Aus den Residuen der Referenzstationen sind Flächenkorrekturparameter zu berechnen, um später entsprechende Korrekturen an die Roverbeobachtungen anbringen zu können.
  - Falls die Koordinatenzeitreihen der Roverstationen dementsprechende Wiederholmuster zeigen, sind sie siderisch zu filtern.
  - Die verschiedenen Auswerteschritte müssen automatisiert ablaufen, damit schließlich eine echtzeitnahe Roverpositionierung möglich ist.

Eine detaillierte Beschreibung der implementierten Auswertesoftware und der eingesetzten Einfrequenzsensoren folgt in den anschließenden Kapiteln 7.4 und 7.5.

## 7.4 Hardware des Mixmode-GPS-Netzes

### 7.4.1 Einfrequenzempfänger ublox Antaris AEK-4T

Nach vorheriger Literaturrecherche erwarb das Institut für physikalische Geodäsie der TU Darmstadt vier Einfrequenzempfänger vom Typ ublox Antaris AEK-4T, jeweils mit aktiver GPS-Empfangsantenne ublox ANN-MS (Abb. 7.4).



Abb. 7.4: GPS-Einfrequenzempfänger ublox Antaris AEK-4T mit Antenne ublox ANN-MS.

---

Die Code- und Phasenmessungen des Empfängers können über seine USB-Schnittstelle fortlaufend in eine Binärdatei gespeichert werden, nach Abschluss der Datenaufzeichnung ist eine Konvertierung in das RINEX-Format möglich. Die Phasenmesseigenschaften des ublox-Empfängers wurden durch ein Signal-Splitting-Experiment untersucht. Dabei wurde das Messsignal der geodätischen Zweifrequenzantenne Trimble L1/L2 microcentered Geodetic with Ground plane (TRM33429.00+GP) sowohl an den geodätischen Zweifrequenzempfänger Trimble 4700 als auch an den ublox-Empfänger geleitet. Durch die kinematische Auswertung einer 2 km langen Basislinie wurde die Leistungsfähigkeit des ublox-Empfängers mit der des geodätischen Empfängers verglichen. Dabei zeigte sich, dass sowohl die Anzahl der gespeicherten L1-Beobachtungen als auch die L1-Phasenmessgenauigkeit der beiden Empfänger nahezu übereinstimmen (Drescher et al., 2007). Allerdings muss beim ublox Antaris AEK-4T, wie bei anderen Navigationsempfängern auch (Schwieger und Wanninger, 2006), mit halben Phasensprüngen gerechnet werden. Der Gesamtpreis für einen Empfänger mit Antenne beträgt ca. 350 €.

#### **7.4.2 Einfrequenzantenne ublox ANN-MS mit Grundplatte**

Nach Festlegung auf den ublox-Empfänger musste eine geeignete und dabei möglichst preiswerte L1-Empfangsantenne gefunden werden. Zu diesem Zweck wurden drei L1-Antennen unterschiedlicher Preiskategorien zunächst individuell kalibriert und anschließend ihre Messgenauigkeit untersucht. Es handelt sich dabei um eine Trimble Hurricane (TRMA3\_L1) für ca. 750 €, eine ppm AT575-142 für ca. 350 € und eine ublox ANN-MS. Die ublox ANN-MS, deren Einzelpreis bei ca. 30 € liegt, wurde mit einer Grundplatte versehen, nachdem sich vorher gezeigt hatte, dass sie ohne Grundplatte nicht konkurrenzfähig ist (Drescher et al., 2007).

##### *Relative Feldkalibrierung mit absolut kalibrierter Referenzantenne*

Phasenzentrumoffset (PZO) und Phasenzentrumvariationen (PZV) der drei Antennen wurden auf dem Dach des TU-Gebäudes (Abb. 7.5) mittels relativer Feldkalibrierung mit absolut kalibrierter Referenzantenne bestimmt (Wanninger, 2002b). Für die Referenzantenne, eine Trimble Choke Ring (TRM29659.00), die dauerhaft auf der Station 6511 installiert ist, liegen absolute Kalibrierwerte von Geo++ vor. Die zu kalibrierenden Antennen wurden manuell gedreht. Die Basislinie zwischen 6511 und der Kalibrierstation 6500, und damit auch der zur Kalibrierung benötigte Höhenunterschied, ist auf Grundlage langzeitstatistischer GPS-Messungen mit verschiedenen Antennentypen hochgenau bekannt. Die Kalibrierungsmessungen wurden in einem zweistufigen Verfahren mit der Berner GPS Software ausgewertet (Dach et al., 2007). Dabei wird zunächst der PZO bestimmt, die PZV werden anschließend durch Kugelfunktionskoeffizienten parametrisiert. Übliche Werte für Grad und Ordnung sind 8 und 5 (Wanninger, 2002b). Zu Beginn der geodätischen GPS-Nutzung wurden auch Grad 10 und Ordnung 5 verwendet (Rothacher et al., 1995). Mit Ausnahme der Trimble Hurricane handelt es sich nicht um geodätische Antennen. Deshalb musste mit ausgeprägten PZV gerechnet werden und Grad und Ordnung wurden mit 10 und 6 etwas höher als üblich gewählt.

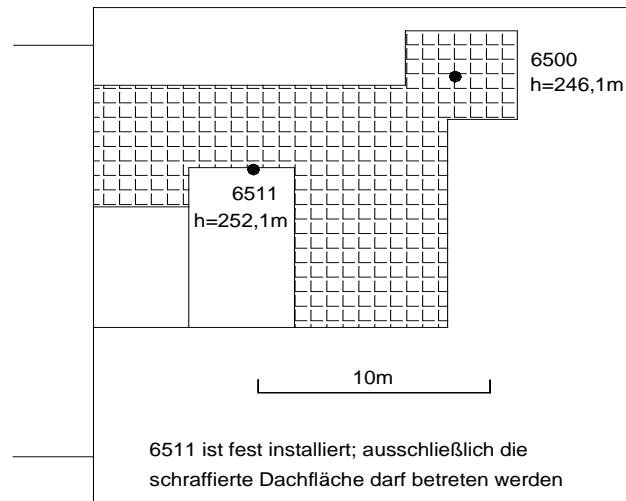


Abb. 7.5: Lageskizze des TU-Daches.

### Test der Kalibrierungen

Auch die ca. 2 km lange Basislinie zwischen der Kalibrierstation 6500 und der SAPOS-Station 0450 ist durch langzeitstatische GPS-Messungen hochgenau bestimmt. Um die Güte der Kalibrierungen gemeinsam mit dem ublox-Empfänger AEK-4T zu beurteilen, wurde die Station 6500 mit den drei Antennen sowie mit diesem Empfänger besetzt. Da das Beobachtungsmaterial unabhängig von den Kalibrierungsmessungen sein sollte und die Antennen von Trimble und ppm nur zeitlich begrenzt zur Verfügung standen, waren 24h-Sessions nicht möglich; die Sessionsdauer beträgt jeweils 11 Stunden. Durch einen entsprechend gewählten Sessionsbeginn wurde dafür gesorgt, dass die Satellitenkonstellationen und damit die stationsabhängigen Fehler weitgehend identisch sind. Die Basislinie wurde sowohl statisch als auch epochenweise ausgewertet. Der absolute Anteil der ionosphärischen Refraktion wurde dabei durch ein globales Ionosphärenmodell stark reduziert, die troposphärische Refraktion wurde ausschließlich durch ein a-priori-Modell berücksichtigt. Die Ergebnisse der Auswertungen sind in der Tabelle 7.2 zusammengestellt.

Tab. 7.2: Abweichungen und Wiederholgenauigkeiten der 2 km langen Referenzbasislinie 0450 – 6500 mit dem Empfänger ublox Antaris AEK-4T und individuell kalibrierten L1-Antennen auf 6500.

	Statische Auswertung: Differenzen d zu Sollkoordinaten [mm]			Epochenweise Auswertung: Standardabweichungen s [mm]		
	d <sub>Nord</sub>	d <sub>Ost</sub>	d <sub>Höhe</sub>	s <sub>Nord</sub>	s <sub>Ost</sub>	s <sub>Höhe</sub>
Trimble Hurricane	1.8	-0.9	0.0	4.5	3.9	9.5
ppm AT575-142	0.3	1.2	-9.7	7.0	5.1	10.6
ublox ANN-MS + GP	4.0	-0.5	0.0	5.6	3.7	9.9

---

Die Wiederholgenauigkeit ist ein Maß für die Güte der PZV, wobei allerdings zu bedenken ist, dass sie auch die Wirkung von Mehrwegefehlern enthält. Die Güte des PZO lässt sich im Wesentlichen aufgrund der Differenzen zu den Sollkoordinaten beurteilen. Zwar ist bei der 2 km langen Basislinie eine Beeinträchtigung durch atmosphärische Restfehler nicht völlig ausgeschlossen. Dies ändert jedoch nichts an der grundsätzlichen Erkenntnis, dass die ublox ANN-MS, versehen mit einer Grundplatte, gute Ergebnisse liefert und als geodätische L1-Antenne durchaus geeignet ist. Das gilt insbesondere für Überwachungsmessungen mit einer dauerhaft installierten Antenne, da hierbei die PZV wesentlich wichtiger sind als der PZO.

Das eben beschriebene Testverfahren leidet unter dem Mangel, dass die Station 6500 sowohl bei der Kalibrierung als auch bei den anschließenden Testmessungen verwendet wurde. Das führt dazu, dass die stationsabhängigen Fehler zu einem gewissen Anteil „mitkalibriert“ wurden. Dies war jedoch unvermeidlich, da nur zwei Stationen auf dem TU-Dach über Referenzkoordinaten verfügen und gut für GPS geeignet sind. Die Standardabweichungen für die ublox ANN-MS mit Grundplatte konnten auch auf einer zweiten, ebenfalls ca. 2 km langen Basislinie, reproduziert werden.

## **7.5 Software zur Auswertung des Mixmode-GPS-Netzes**

Zur Auswertung des Mixmode-GPS-Netzes wurden sechs Hauptprogramme in C++, diverse Hilfsprogramme und ein Perl-Skript entwickelt, wobei letzteres einen automatisierten und aufeinander abgestimmten Ablauf der Programme ermöglicht. Allen Hauptprogrammen ist gemeinsam, dass die Ein- und Ausgabe der Beobachtungsdaten über ASCII-Dateien geschieht.

### **7.5.1 Applikation EditRNX**

Das Programm *EditRNX* liest GPS-Beobachtungen aus einer RINEX-Datei, führt verschiedene Berechnungen und Beobachtungsveränderungen durch und schreibt schließlich wieder eine Datei im RINEX-Format. Im Wesentlichen ermöglicht *EditRNX*

- eine Code-Positionierung mit epochenweiser Berechnung des Empfängeruhrenfehlers,
- das Eliminieren bzw. Markieren von Beobachtungen, deren SNR unter Berücksichtigung der Elevation deutlich bzw. moderat zu niedrig ist,
- das Anbringen von Antennenkalibrierwerten (Verarbeitung von ANTEX-Dateien),
- das Anbringen von Ionosphärenkorrekturen (Verarbeitung von IONEX-Dateien)
- sowie das Anbringen von a-priori-Troposphärenkorrekturen (verfügbar sind die Modelle von Hopfield und Saastamoinen sowie die Mappingfunktionen von Niell).

### **7.5.2 Applikation PreProc**

Das Programm *PreProc* liest aus zwei RINEX-Dateien und erzeugt daraus eine Doppeldifferenzdatei. Im Falle von Phasenbeobachtungen werden Mehrdeutigkeiten definiert, falls sie eine Mindestanzahl von Beobachtungen sowie eine Mindestbeobachtungsdauer aufweisen.

---

Phasenbeobachtungen werden des Weiteren auf Phasensprünge getestet. Wird ein Phasensprung detektiert, so wird der Versuch unternommen, diesen ganzzahlig festzusetzen; optional ist auch die Festsetzung von halben Phasensprüngen möglich. Gelingt die Korrektur eines Phasensprunges nicht, so wird eine neue Mehrdeutigkeit aufgesetzt.

In der Doppeldifferenzdatei werden auch die elevationsabhängigen Gewichte der undifferenzierten Beobachtungen gespeichert. Dabei werden Beobachtungen, die von *EditRNX* aufgrund ihres moderat zu niedrigen SNR markiert wurden, deutlich herabgewichtet. Die elevationsabhängige Gewichtung wurde also um eine  $\Delta$ SNR-abhängige Komponente erweitert. Unauffällige Beobachtungen werden ausschließlich elevationsabhängig gewichtet, verdächtige Beobachtungen werden zusätzlich herabgewichtet und Beobachtungen mit deutlich zu niedrigem SNR wurden bereits zuvor von *EditRNX* eliminiert.

### 7.5.3 Applikation ScreenBL

Mit dem Programm *ScreenBL* werden die Beobachtungen einer Basislinie mittels ihrer normierten Verbesserungen auf Ausreißer überprüft und ggf. eliminiert. Zu diesem Zweck werden zwei Grenzwerte für die normierten Verbesserungen spezifiziert, ein Grenzwert für völlig falsche Beobachtungen und ein zweiter für Ausreißer (Niemeier, 2002). Die beiden Grenzwerte werden nacheinander abgearbeitet. Auf diese Weise soll vermieden werden, dass unproblematische Beobachtungen aufgrund des Einflusses einer völlig falschen Beobachtung zu Unrecht eliminiert werden.

Vor Beginn der Parameterschätzung können auf Grundlage von FKP-Dateien geometrische und ionosphärische Korrekturen an die Doppeldifferenzbeobachtungen angebracht werden. Dabei werden Doppeldifferenzen, für die keine FKP verfügbar sind, als ungültig markiert. In der Parameterschätzung, die entweder L1-Phasenmessungen oder die Beobachtungen der ionosphärenfreien Linearkombination verwendet, werden die Koordinaten der Referenzstation festgehalten, die der Roverstation werden geschätzt. Für letztere wird über a-priori-Standardabweichungen und entsprechende Pseudobeobachtungen eine sog. weiche Lagerung realisiert (Niemeier, 2002). Die Gewichte der Doppeldifferenzbeobachtungen werden durch Varianzfortpflanzung aus den Gewichten der undifferenzierten Originalbeobachtungen L1 und L2 berechnet, d.h. die mathematischen Korrelationen werden korrekt behandelt. Um die troposphärische Refraktion besser zu berücksichtigen, kann unter Verwendung der feuchten Niell Mappingfunktion ein relativer ZPD-Parameter für die Dauer der Beobachtungsdatei geschätzt werden. Für diesen wird dann ein a-priori-Wert sowie eine a-priori-Standardabweichung verlangt.

### 7.5.4 Applikation AmbRes

Das Programm *AmbRes* setzt auf Grundlage einer float-Lösung die Mehrdeutigkeiten der Phasendoppeldifferenzen fest und berechnet anschließend erneut eine Basislinienlösung. Die Optionen der float-Lösung entsprechen weitgehend denen der Applikation *ScreenBL*. Die

---

Mehrdeutigkeiten werden entweder mit der klassischen geometrischen Methode oder mit der LAMBDA-Methode festgesetzt. Außerdem ist es möglich, die bereits fixierten Mehrdeutigkeiten der vorherigen Doppeldifferenzdatei zu übernehmen. Scheitert die LAMBDA-Methode, so werden überhaupt keine Mehrdeutigkeiten festgesetzt. Oft ist dafür eine einzelne Mehrdeutigkeit verantwortlich. Aus diesem Grund besteht die Möglichkeit, eine Mehrdeutigkeit vorab von der Mehrdeutigkeitsfestsetzung auszuschließen. Bei Einfrequenzbeobachtungen ist es möglich, die Mehrdeutigkeiten unter Verwendung der halben L1-Wellenlänge festzusetzen. Diese Option kann für Navigationsempfänger verwendet werden, falls ihre Beobachtungen halbe Phasensprünge aufweisen. Bei Zweifrequenzbeobachtungen werden zuerst Widelane-Mehrdeutigkeiten und anschließend L1-Mehrdeutigkeiten festgesetzt. Die L1-Mehrdeutigkeiten können dabei entweder unmittelbar auf Grundlage von L1-Beobachtungen oder unter Verwendung der ionosphärenfreien Linearkombination bestimmt werden. Durch diese Auswahl wird bei Zweifrequenzbeobachtungen zugleich die Beobachtungsart der fixed-Lösung festgelegt. Dabei wird wiederum die Referenzstation festgehalten und die Roverkoordinaten werden mittels einer weichen Lagerung bestimmt. Von einer Ausnahme abgesehen, sind auch die Möglichkeiten der Troposphärenschätzung identisch zu denen der Applikation *ScreenBL*. Bei der Berechnung der fixed-Lösung kann der a-priori-Wert des relativen Troposphärenparameters nicht frei gewählt werden, es wird stets der Wert Null verwendet.

Handelt es sich um eine Basislinie zwischen zwei Referenzstationen, können für alle Doppeldifferenzen, deren Mehrdeutigkeiten festgesetzt werden konnten, geometrische und ionosphärische Korrekturen berechnet und gespeichert werden. Dabei kann zwischen der herkömmlichen und der alternativen Berechnung der Korrekturen gewählt werden (Kapitel 6.3.4). Um bei kurzen Beobachtungsdateien die Zuverlässigkeit und Genauigkeit des Troposphärenparameters zu steigern, ist es möglich, den aktuellen Schätzwert erst mit den vorherigen Schätzwerten gewichtet zu mitteln und anschließend die Korrekturen zu berechnen. Der entsprechende Gewichtsansatz berücksichtigt dabei sowohl die Standardabweichung des Schätzwertes als auch die Referenzzeit der Schätzung (je weiter eine Session in der Vergangenheit liegt, umso geringer ist ihr Gewicht).

### 7.5.5 Applikation AmbCheck

Sowohl bei der klassischen geometrischen Methode der Mehrdeutigkeitsfestsetzung als auch bei der LAMBDA-Methode kann durch die Wahl der entsprechenden Optionen dafür gesorgt werden, dass falsche Festsetzungen sehr unwahrscheinlich sind; sie bleiben dennoch möglich. Aus diesem Grund wurde das Programm *AmbCheck* entwickelt. Es prüft die festgesetzten Mehrdeutigkeiten zweier aufeinander folgender Sessionen auf Konsistenz. Dabei werden sowohl Phasensprünge als auch ein eventueller Wechsel des Referenzsatelliten berücksichtigt. Mit *AmbCheck* ist eine nachträgliche und unabhängige Verifizierung zweier Mehrdeutigkeitslösungen möglich. Das Feststellen einer Inkonsistenz enthält jedoch keine Aussage darüber, welche der beiden Mehrdeutigkeiten falsch festgesetzt wurde.

---

### 7.5.6 Applikation FKP

Das Programm *FKP* besteht aus zwei Teilen, die gemeinsam, aber auch unabhängig voneinander benutzt werden können. Zunächst werden mindestens zwei Doppeldifferenzdateien mit identischer Referenzstation und identischem Referenzsatelliten sowie geometrischen und ionosphärischen Residuen eingelesen. Daraus werden die entsprechenden Flächenkorrekturparameter berechnet und die FKP-Zeitreihen werden in Dateien geschrieben. Funktionales Modell der ionosphärischen FKP ist stets eine Ebenengleichung, zur Modellierung der geometrischen Residuen kann zusätzlich ein höhenabhängiger Parameter aufgesetzt werden. Im zweiten Programmteil können FKP-Zeitreihen geglättet werden, indem  $n$  aufeinanderfolgende FKP durch ihren Mittelwert ersetzt werden. Ausreißer werden dabei vorab beseitigt.

### 7.5.7 Perl-Skript TULPE

Das Perl-Skript *TULPE* (TU Darmstadt Low Cost GPS Equipment Processing Engine) realisiert einen automatisierten und aufeinander abgestimmten Ablauf der Hauptprogramme. Sie werden in der Reihenfolge ihrer Beschreibung zunächst für die Referenzstationen ausgeführt und nach der Berechnung der FKP noch ein weiteres Mal für alle Roverstationen. Das Skript kann sowohl im echtzeitnahen Betrieb als auch im Postprocessing eingesetzt werden.

Um eine möglichst hohe Erfolgsquote bei der Mehrdeutigkeitsfestsetzung zu erreichen, werden mehrere unterschiedliche Strategien nacheinander abgearbeitet, falls die jeweils vorherige nicht erfolgreich war. Zunächst wird mit der LAMBDA-Methode begonnen. Scheitert diese, so kommt als nächstes die klassische geometrische Methode zum Einsatz. Sie gilt als erfolgreich, falls sie von  $n$  Mehrdeutigkeiten mindestens  $n-1$  festsetzt. Anderenfalls werden die verbliebenen float-Mehrdeutigkeiten vorgemerkt. Anschließend wird die LAMBDA-Methode mehrfach wiederholt, wobei jeweils eine der vorgemerkten float-Mehrdeutigkeiten vorab eliminiert wird. Auf diese Weise lassen sich oft zumindest  $n-1$  Mehrdeutigkeiten festsetzen. Gelingt dies nicht, so wird der Versuch unternommen, die Mehrdeutigkeiten aus der vorherigen Beobachtungsdatei auf die aktuelle zu übertragen. Falls dadurch mehr Mehrdeutigkeiten festgesetzt werden können als zuvor mit der klassischen geometrischen Methode, so gilt der Mehrdeutigkeitentransfer als erfolgreich. Anderenfalls wird abschließend die klassische geometrische Methode eingesetzt.

### 7.5.8 Weitere Entwicklungsansätze

Die eben beschriebene Software realisiert erfolgreich die echtzeitnahe Positionierung auf Grundlage eines Mixmode-GPS-Netzes und den Methoden von Netz-RTK. Nachfolgend werden einige Aspekte beschrieben, die unberücksichtigt blieben, da sie von eher untergeordneter Bedeutung sind.

Grundlage des verwendeten FKP-Ansatzes ist eine zentrale Referenzstation, über die alle Basislinien gebildet und deren Koordinaten in der Parameterschätzung fixiert werden. Entgegen der Intuition sind auch in diesem Fall die mathematischen Korrelationen im



---

Stationsnetz zu berücksichtigen. Beim Berechnen einzelner Basislinien werden sie jedoch vernachlässigt. Der dreidimensionale Koordinatenfehler, der dadurch entsteht, wurde für Beobachtungsdateien von 10 Minuten Dauer exemplarisch ermittelt. Bei den untersuchten Beispielen beträgt er wenige Millimeter.

Die Applikation *AmbCheck* ist bisher ausschließlich in der Lage, zwei unabhängige Mehrdeutigkeitsbestimmungen auf Inkonsistenz zu überprüfen und ggf. einen Warnhinweis auszugeben. Diese Funktionalität ist für das Postprocessing ausreichend, für einen echtzeitnahen Einsatz wäre eine Auflösung der Inkonsistenz oder zumindest das Markieren der entsprechenden Mehrdeutigkeiten erforderlich.

Bei der Betrachtung von Mehrwegefehlern müssen die Beobachtungen beider Stationen sowie die Korrekturen des Referenzstationsnetzes berücksichtigt werden. Auf den Roverstationen kommen ausschließlich L1-Empfänger zum Einsatz. Deshalb werden die geometrischen und ionosphärischen Korrekturen stets gemeinsam angebracht und die Basislinien sind ausschließlich von L1-Mehrwegefehlern betroffen. Im plausiblen Extremfall erreicht der Mehrwegefehler einer undifferenzierten L1-Beobachtung 1,6 cm (Kapitel 3.2.4). Beim vorliegenden Messkonzept befinden sich die Roverstationen und je nach Realisierung evtl. auch die Referenzstationen im freien Gelände, wo große Mehrwegefehler im Allgemeinen nicht zu erwarten sind. Außerdem wird davon ausgegangen, dass sich hochfrequente Mehrwegefehler herausmitteln, da die Beobachtungsdateien einen Zeitraum von 10 Minuten abdecken. Es ist also insgesamt mit geringen bis moderaten Mehrwegefehlern zu rechnen. Deshalb wurde auf die Implementierung eines Programmes verzichtet, welches die automatisierte siderische Filterung von Koordinatenzeitreihen realisiert. Die Auswertung eines Realdatensatzes zeigt, dass die Wiederholgenauigkeit der geschätzten Koordinaten durch die Filterung um wenige Millimeter verbessert werden kann (Kapitel 8.9.4) und bestätigt damit die zuvor ausgeführten theoretischen Überlegungen.

## **7.6 Exupéry Feldtest**

### **7.6.1 Einführung**

Im Rahmen des Projektes Exupéry gab es einen Feldtest, um das Zusammenspiel aller Hard- und Softwarekomponenten zu verifizieren. Im März 2009 reisten Mitarbeiter der TU Darmstadt für zwei Wochen auf die Azoreninsel Sao Miguel, um das entwickelte Deformationsmesssystem aufzubauen. Es wurde am Calderarand des Vulkans Fogo installiert (Abb. 7.6) und sollte bis zum Abschluss des Feldtestes im September 2009 selbständig laufen. Auf den Stationen S100 und S200 wurden geodätische Zweifrequenzempfänger, auf den Stationen U100, U200 und U300 wurden Einfrequenzempfänger und Radarreflektoren eingesetzt. Die Station R400 bestand ausschließlich aus einem Radarreflektor. Das terrestrische Radargerät IBIS befand sich in unmittelbarer Nähe von S100. In der Abbildung 7.6 ist außerdem die IGS-Station Ponta Delgada (PDEL) angedeutet. Sie befindet sich ebenfalls auf der Insel Sao Miguel und ist ca. 17 km von der Station S100 entfernt.



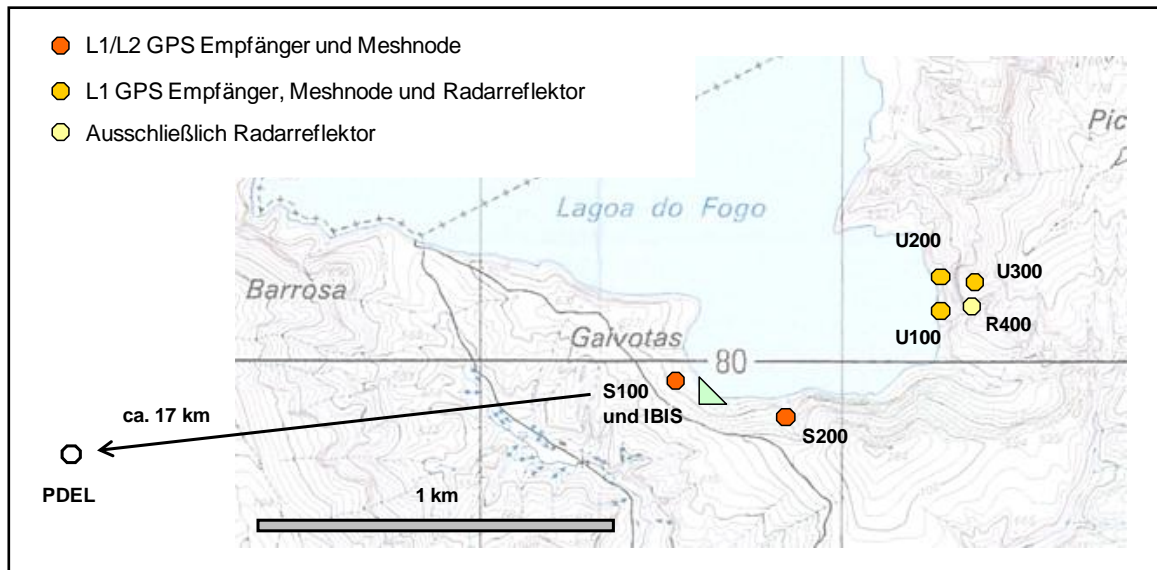


Abb. 7.6: Lageskizze und Instrumentierung der Messstationen am Calderasee des Vulkans Fogo.

## 7.6.2 GPS Hardware

Die Abbildung 7.7 zeigt eine Prinzipskizze der installierten Hardware. Auf den Zweifrequenzstationen kamen Trimble Empfänger TRM4000 SSE zusammen mit Trimble Antennen vom Typ TRM22020.00+GP zum Einsatz. Auf den Einfrequenzstationen wurden ublox-Empfänger Antaris AEK-4T sowie Antennen vom Typ ublox ANN-MS mit Grundplatte verwendet.

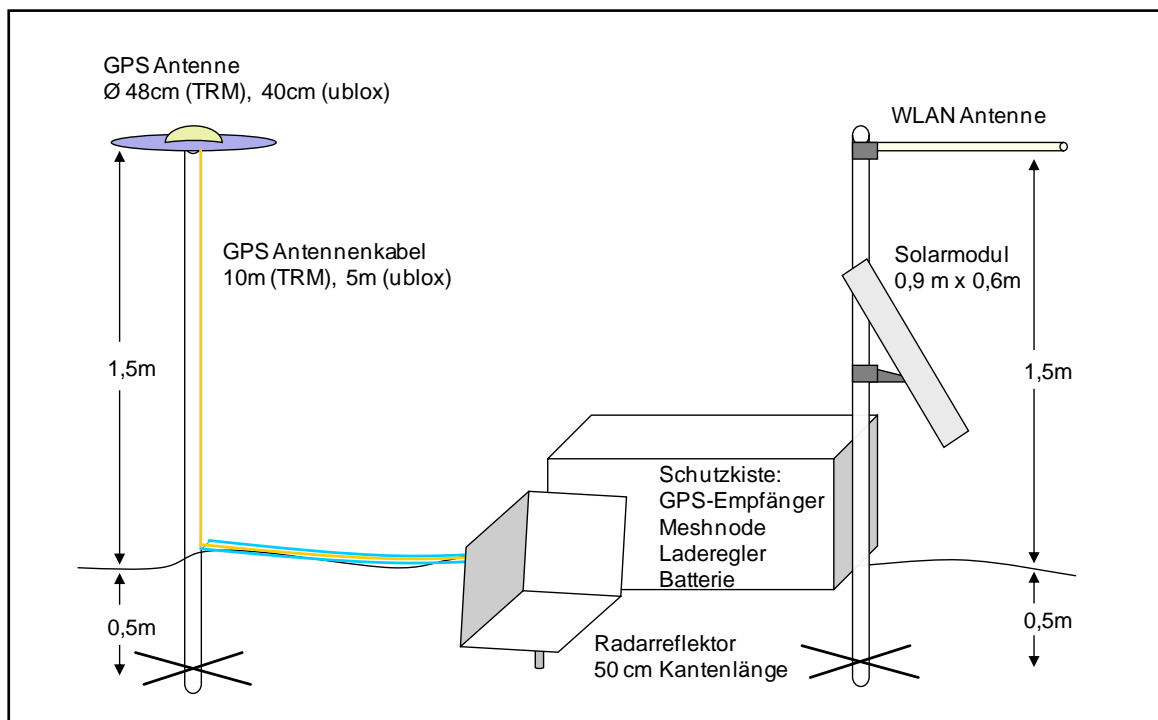


Abb. 7.7: Prinzipskizze der auf den Messstationen installierten Hardware.

---

Die Speicherung sowie Übertragung der Messdaten geschah über die Knotenpunkte des WLAN-Netzwerkes, die sog. Meshnodes. Bei den im Feldtest verwendeten Meshnodes handelt es sich im Prinzip um kompakte PC ohne Grafikkarte in einem Schutzgehäuse. Anstelle einer Festplatte beinhalten sie eine bootfähige Compact Flash Karte, des Weiteren sind sie mit USB-Anschlüssen und einer WLAN-Karte ausgestattet. Die Stromversorgung bestand aus Solarmodulen, Batterien sowie einem Laderegler mit Schutz vor Überladung und Tiefentladung. GPS-Empfänger, Meshnode, Batterien und Laderegler waren in einer wetterfesten Schutzkiste untergebracht.

### **7.6.3 GPS Software**

Die in Kapitel 7.5 beschriebene Software konnte bedauerlicherweise nicht rechtzeitig für den Feldtest fertiggestellt werden. Deshalb wurde als Alternative die Berner GPS Software im automatisierten Modus, der als BPE (Bernese Processing Engine) bezeichnet wird, verwendet. Zeitgesteuert durch den Meshnode werden alle 10 Minuten Beobachtungsdateien abgeschlossen und in das RINEX-Format konvertiert. Die RINEX-Dateien werden sowohl auf den Meshnodes gespeichert als auch über WLAN an einen zentralen Auswerterechner übertragen. Dort wird, ebenfalls zeitgesteuert, die BPE zur Auswertung des GPS-Netzes ausgeführt. Die Zweifrequenzstationen und die Einfrequenzstationen werden bis zum Festsetzen der Mehrdeutigkeiten getrennt voneinander ausgewertet. Dazu werden jeweils die Beobachtungsdaten der letzten 60 Minuten verwendet. Die gemeinsame L1-Netzauswertung mit fixierten Mehrdeutigkeiten hingegen basiert auf den Beobachtungen der letzten 10 Minuten. Bei dieser alternativen, echtzeitnahen Auswertung können entfernungsabhängige Korrekturen nicht angebracht werden, was bei den Basislinienlängen von ca. 1 km jedoch kaum relevant ist.

### **7.6.4 Probleme**

Während des Feldtestes stellte sich als zentrales Problem des Deformationsmesssystem die Stromversorgung heraus. Die Batterien waren so dimensioniert, dass sie bei voller Kapazität den Betrieb einer Station 60 Stunden lang ermöglichen. Schlechtwetterphasen von mehr als zwei bis drei Tagen führten recht bald dazu, dass Empfänger und Meshnode durch den Laderegler abgeschaltet wurden. Erst wenn die Batterien wieder eine ausreichende Kapazität erreichten, nahm die Station den Betrieb wieder selbständig auf. Aufgrund ausgeprägter Schlechtwetterphasen war dies nur selten der Fall. Die Station S200 war, vermutlich aufgrund eines sehr streng eingestellten Ladereglers, praktisch ein Totalausfall.

Das WLAN-Netzwerk war prinzipiell funktionsfähig, litt aber ebenfalls stark unter der mangelhaften Stromversorgung sowie unter unvermeidlichen Übertragungsproblemen auf einem Meshnode, dessen Lage alternativlos war. Letztlich kam eine kontinuierliche Übertragung der vorhandenen Beobachtungsdateien nicht zustande.

Ursprünglich war vorgesehen, jeweils vier Einfrequenz- und Zweifrequenzstationen zu installieren. Da der Transport und Aufbau einer Station jedoch mit erheblichem Aufwand verbunden war, kam es letztlich zu der in der Abbildung 7.6 gezeigten Netzkonfiguration. Der

---

Autor dieser Arbeit war während der zeitlich begrenzten Installationsphase nicht vor Ort auf Sao Miguel und auch nicht eingebunden in die Entscheidungen darüber, auf welche Komponenten des Deformationssystems schließlich verzichtet wurde. Schlussendlich bleibt die Tatsache, dass mit der realisierten Netzkonfiguration die Berechnung von geometrischen und ionosphärischen Korrekturen nicht möglich ist.

### **7.6.5 Ergebnisse**

Trotz der beschriebenen Probleme war eine statische Postprocessing-Auswertung mit der Berner GPS Software möglich. Dabei wurden formal tägliche Sessionen ausgewertet, die tatsächliche Beobachtungsdauer ist jedoch meist deutlich kürzer. Über einen Zeitraum von 83 Tagen kamen an 20 Tagen auswertbare Beobachtungsdateien zustande, wobei durchschnittlich 3,7 Empfänger 13,5 Stunden gemessen haben. Zunächst wurde die Position der Station S100 in Bezug auf die IGS-Station PDEL über eine ionosphärenfreie Basislinienberechnung mit Troposphärenschätzung bestimmt. Anschließend wurden die Basislinien zwischen S100 und den Einfrequenzstationen ausgewertet. Bei einer Netzausgleichung über alle Stationen und alle Beobachtungstage, die auch die Abweichungen einer Tageslösung zur Gesamtlösung liefert, wurden keine signifikanten Deformationen festgestellt. Dieses Ergebnis wird durch die IBIS-Auswertungen bestätigt (Rödelsperger et al., 2010).

Aufgrund der sehr kleinen Netzausdehnung und der zu geringen Anzahl von Zweifrequenzstationen ist mit dem vorhandenen Beobachtungsmaterial die Berechnung von geometrischen und ionosphärischen Korrekturen sowohl unnötig als auch unmöglich. Die ursprünglich vorgesehenen Auswertungen und Untersuchungen, insbesondere zur Höhenabhängigkeit der troposphärischen Korrekturen, sind deshalb ausschließlich mit einem zweiten Realdatensatz möglich. Seine Bearbeitung wird im folgenden Kapitel ausführlich dargestellt.

---

## 8 Feldtest Taunus

---

### 8.1 Einführung

Im November 2009 wurden die GPS-Beobachtungen von vier SAPOS-Referenzstationen und drei Roverstationen fünf Tage lang registriert. Die Referenzstationen haben ein weitgehend identisches Höhenniveau. Die Roverstationen hingegen befinden sich in unterschiedlicher Höhe (ca. 200 m, 500 m und 800 m über Meeresniveau) und sind ausgerüstet sowohl mit geodätischen Zweifrequenzsensoren als auch mit den Einfrequenzsensoren von ublox. Beim Feldtest Taunus wurde vorab davon ausgegangen (und später nachgewiesen), dass es keine signifikanten Deformationen gibt. Demzufolge können die Stationskoordinaten als statische bzw. konstante Parameter behandelt werden.

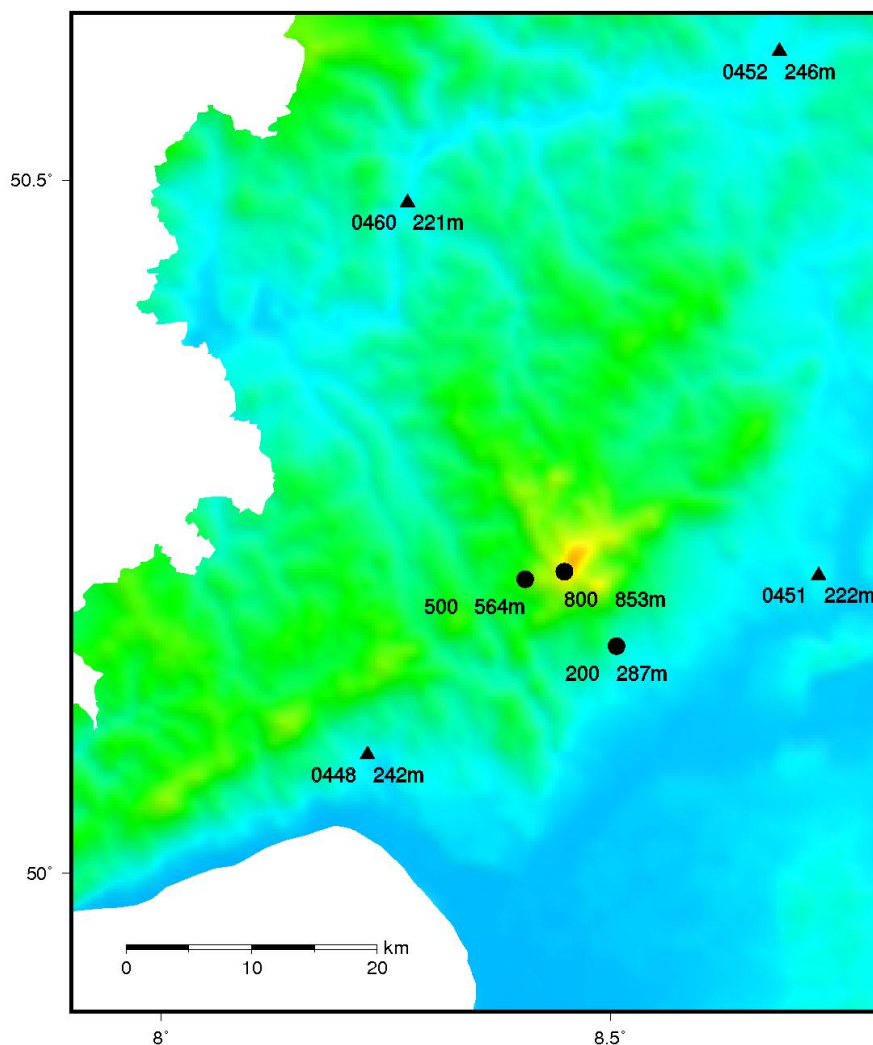


Abb. 8.1: Referenz- und Roverstationen des Feldtests mit ellipsoidischer Höhe.

Um die meteorologischen Bedingungen zu dokumentieren, wurden auf den Roverstationen zusätzlich Meteo-Sensoren vom Typ Reinhardt DFT 1M eingesetzt. Deren Messgenauigkeit beträgt 0,8 hPa für den Luftdruck, 0,3 °C für die Temperatur sowie 2% für die relative Feuchte (URL Reinhardt). Eine Modellierung der troposphärischen Refraktion auf Grundlage der Messwerte war nicht beabsichtigt. Sie hätte einerseits die Erfassung der meteorologischen Daten auch auf den Referenzstationen erfordert. Andererseits widerspricht der Einsatz von hochwertigen Meteo-Sensoren dem angestrebten Ziel, die Roverstationen möglichst preisgünstig auszustatten (ein Meteo-Sensor Reinhardt DFT 1M kostet ca. 1000 €).

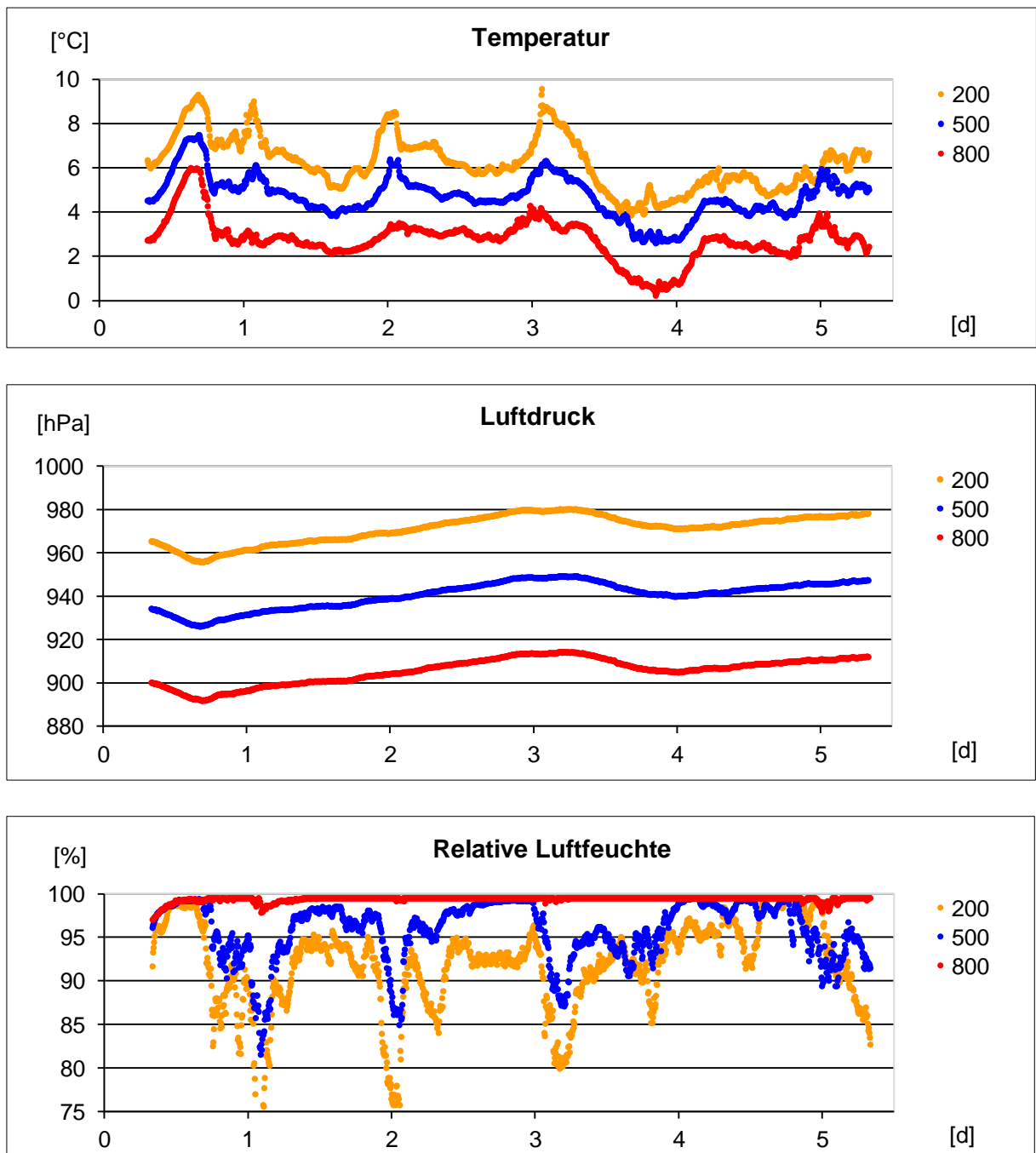


Abb. 8.2: Meteorologische Daten der Roverstationen; die Zeitreihen beginnen am 03.11.2009 um 12:00.

Während des Auf- und Abbaus der Messgeräte sowie bei einer zwischenzeitlichen Kontrolle der Stationen war die Wetterlage gekennzeichnet durch starken Nebel bzw. Regen. Die gemessene Luftfeuchte zeigt, dass diese Wetterbedingungen während des gesamten Feldtestes vorherrschend waren.

Für die Festlegung der Roverstationen war in erster Linie ihre Höhe entscheidend, um die Netzkonfiguration einer Vulkanüberwachung weitgehend zu simulieren. Darüber hinaus sollten die Roverstationen vor Passanten geschützt sein und nach Möglichkeit mit Netzstrom betrieben werden können. Nachfolgend werden Lage und Empfangsbedingungen der Roverstationen ausführlich beschrieben. Eine diesbezügliche Zusammenfassung, gemeinsam mit einer Auflistung der verwendeten GPS-Sensoren, enthält die Tabelle 8.1.

Die Station 200 befindet sich im umzäunten Gelände eines Wasserhochbehälters. Die Sensoren konnten an das Stromnetz angeschlossen werden und es gibt nur sehr geringe Signalabschattungen über 10° Elevation. Allerdings befindet sich ca. 10 m von den GPS-Antennen entfernt und auf etwa gleicher Höhe das Metaldach des Wasserhochbehälters. Dadurch besteht die Gefahr von eher kurzperiodischen Mehrwegefehlern.

Die Station 500 wurde auf dem Flachdach des Rathauses der Gemeinde Glashütten eingerichtet. Signalabschattungen über 10° Elevation gibt es dort nur wenige und die Sensoren konnten wiederum mit Netzstrom versorgt werden. Aufgrund der exponierten Lage und der fehlenden Möglichkeit, die Stativbeine fest in den Untergrund einzutreten, bestand die Gefahr, dass die Stative umgeweht werden könnten. Um dies zu vermeiden, wurden die Stative sehr niedrig und breit aufgestellt (und zusätzlich gesichert), wodurch sich Stativhöhen von ca. 1,0 m ergaben. Trotz der vorhandenen Grundplatten muss mit, eher langperiodischen, Mehrwegefehlern gerechnet werden.

Die Station 800 befindet sich in einer umzäunten Waldlichtung auf dem Kleinen Feldberg. Es gibt teils deutliche Signalabschattungen über 10° Elevation und die Sensoren mussten mit Batterien und Solarmodulen betrieben werden. Aufgrund bestehender Sendeeinrichtungen traten teilweise deutliche Signalstörungen auf. Dies betrifft hauptsächlich die L2-Signale, gelegentlich auch die L1-Signale.

Tab. 8.1: Lage, Besonderheiten sowie GPS-Instrumentierung der Roverstationen.

Station	Lage und Besonderheiten	Punkt	Empfänger und Antenne
200	Auf Wasserhochbehälter, Metaldach in ca. 10 m Entfernung	2001	ublox LEA-4T mit ANN-MS + GP
		2002	Leica GX1230GG mit LEIAX1202GG
500	Auf Flachdach, deshalb niedrige Stativhöhe (ca. 1,0 m)	5001	ublox LEA-4T mit ANN-MS + GP
		5002	Leica GRX1200PRO mit LEIAX1202
800	Deutliche Signalabschattungen; elektromagnetische Störungen	8001	ublox LEA-4T mit ANN-MS + GP
		8002	Leica GX1230GG mit LEIAX1202GG

---

Die Beobachtungsdaten werden gemäß des neuen Ansatzes zur echtzeitnahen Positionierung im Mixmode-GPS-Netz (Kapitel 7.3) mit der eigens hierzu entwickelten Software (Kapitel 7.5) bearbeitet. Unter Verwendung von interpolierten FKP-Korrekturen werden 10-minütige Rover-sessionen ausgewertet. Die Roverkoordinaten werden anschließend mit langzeitstatischen Referenzkoordinaten verglichen, wodurch eine umfassende Beurteilung der Genauigkeit möglich wird. D.h. nicht nur die Standardabweichungen der Koordinatenzeitreihen, sondern auch ihr RMS und Bias können berechnet werden. Außerdem werden weitere Kenngrößen ermittelt, um die Leistungsfähigkeit des echtzeitnahen Konzepts beurteilen zu können.

Da die prinzipielle Funktionstüchtigkeit der echtzeitnahen Auswertung bereits auf den Azoren nachgewiesen wurde, werden die Auswertungen im Postprocessing vorgenommen. Die echtzeitnahe Auswertung und die Bearbeitung im Postprocessing sind, abgesehen von der Datenerfassung und -konvertierung, ohnehin identisch; sobald 10-minütige RINEX-Dateien vorliegen, gibt es in der Auswertung keinen Unterschied mehr. Das Perl-Skript *TULPE* kann in beiden Fällen eingesetzt werden. Die Bearbeitungszeit der 10-minütigen Sessionen des Testnetzes ist in jedem Fall deutlich kürzer als 10 Minuten.

Für alle GPS-Antennen liegen absolute Kalibrierungen des PZO und der PZV vor. Es handelt sich teils um individuelle Kalibrierungen, teils um Typmittelwerte. Darüber hinaus wurden für alle verwendeten Empfänger-Antennen-Kombinationen elevationsabhängige SNR-Mindestwerte ermittelt, um einen  $\Delta$ SNR-abhängigen Gewichtsansatz realisieren zu können (Kapitel 3.3.4). Die entsprechende Vorgehensweise zur Bestimmung von SNR-Referenzfunktionen wird im nächsten Kapitel beschrieben.

## 8.2 Bestimmung von SNR-Referenzfunktionen

Um beugungsbedingte Messfehler a priori zu vermeiden, werden elevationsabhängige SNR-Mindestwerte benötigt. Deshalb wird für jede Empfänger-Antennen-Kombination eine entsprechende Funktion bestimmt, die sog. SNR-Referenzfunktion. Um die geodätischen Sensoren und die ublox-Sensoren prinzipiell gleich behandeln zu können, wurden SNR-Referenzfunktionen ausschließlich für Messungen mit der Frequenz  $f_1$  bestimmt.

Zunächst werden in Elevationsschritten von  $5^\circ$  sowohl repräsentative SNR-Mittelwerte als auch die Standardabweichung eines SNR-Messwertes berechnet. Anschließend wird die SNR-Referenzfunktion durch Parameterschätzung bestimmt. Dabei werden identische Empfänger-Antennen-Kombinationen zusammengefasst und die  $5^\circ$ -Mittelwerte sind, unter Berücksichtigung eines SNR-Toleranzbereiches, die Beobachtungen. Falls einzelne Elevationsbereiche stark durch Beugungsfehler beeinträchtigt sind, wird die entsprechende Beobachtung als Ausreißer erkannt und von der Parameterschätzung zur Bestimmung der SNR-Referenzfunktion ausgeschlossen. Die Festlegung des funktionalen Modells für die geodätischen Sensoren folgt einer Veröffentlichung von (Wanninger et al., 2000). An eine Parabel für den Elevationsbereich von  $10^\circ$  bis  $60^\circ$  schließt sich ein konstanter Funktionswert an, der bis  $90^\circ$  Elevation gültig ist (Abb. 8.3).



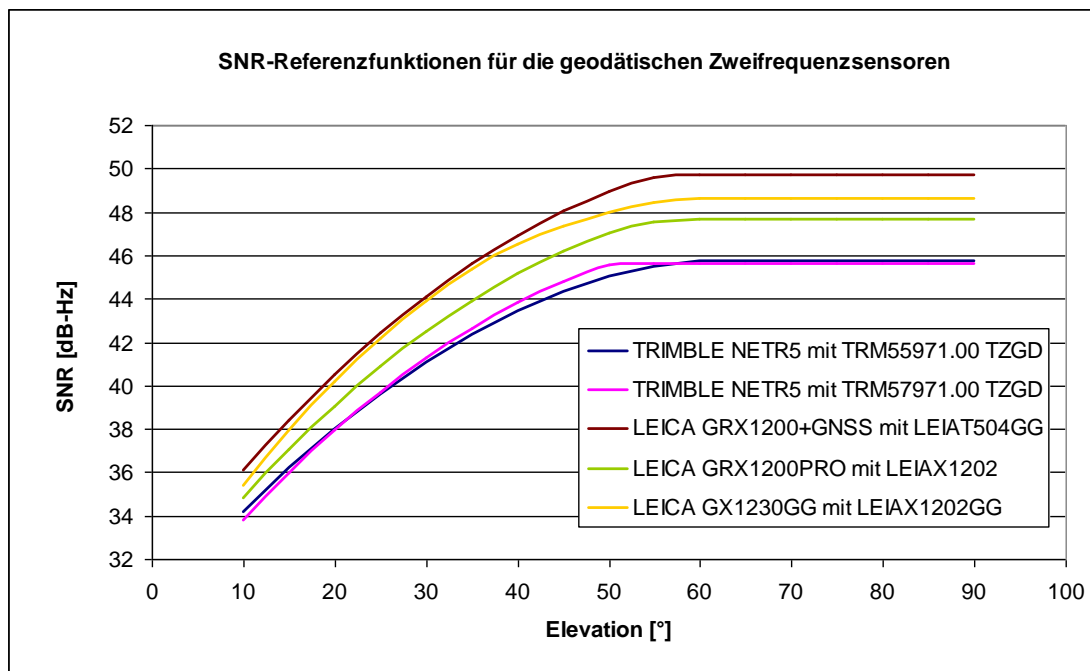


Abb. 8.3: SNR-Referenzfunktionen für geodätische Zweifrequenzsensoren (Mittelwerte minus 3,3-facher Standardabweichung).

Die ublox-Sensoren zeigen bei hoher Elevation einen signifikanten SNR-Abfall. Das funktionale Modell zur Bestimmung ihrer SNR-Referenzfunktion wurde dementsprechend angepasst und auf die Parabel folgt für Elevationen über 55° ein Polynom 3. Grades (Abb. 8.4).

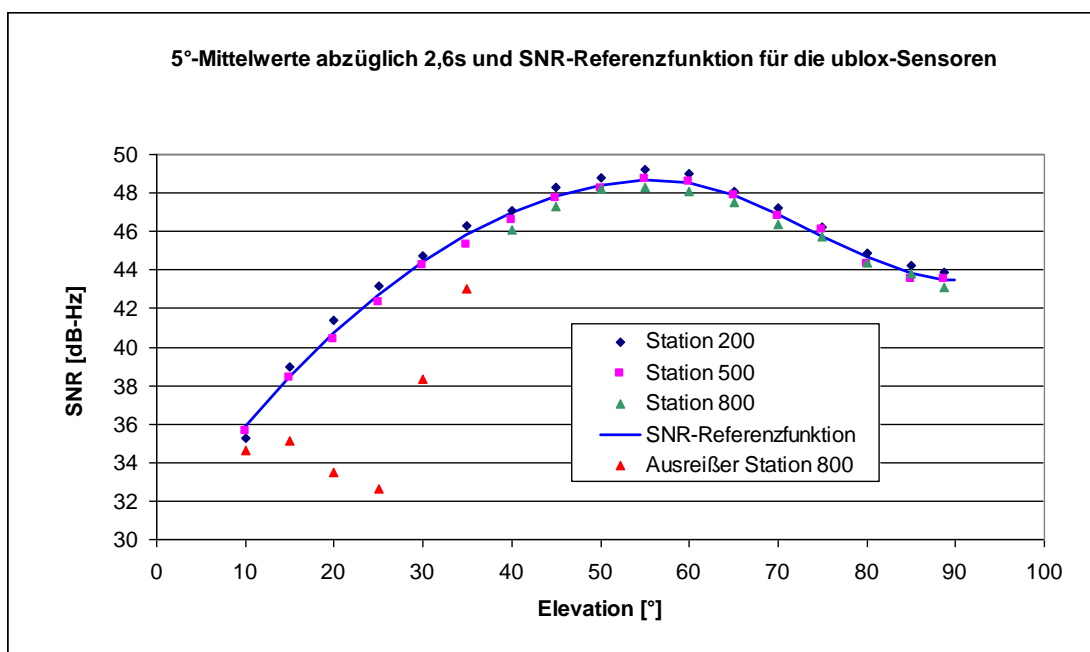


Abb. 8.4: 5°-Mittelwerte minus 2,6-facher Standardabweichung und SNR-Referenzfunktion für die ublox-Einfrequenzsensoren.



Die Grenzen des SNR-Toleranzbereiches werden definiert durch die 5°-Mittelwerte, die Standardabweichung eines SNR-Messwertes sowie zwei Faktoren  $x_1$  und  $x_2$  (8.1); d.h. für jede Sensorkombination wurden letztlich zwei SNR-Referenzfunktionen bestimmt.

$$\boxed{SNR_{Messwert} \geq SNR_{Mittelwert} - x_{1/2} \cdot s_{SNR}} \quad (8.1)$$

Falls der gemessene SNR-Wert die Ungleichung (8.1) für beide Faktoren  $x_1$  und  $x_2$  erfüllt, so gilt die entsprechende Phasenmessung als einwandfrei. Liegt der SNR-Wert im Toleranzbereich, d.h. erfüllt er (8.1) ausschließlich für den größeren Faktor  $x_2$ , so wird die Phasenbeobachtung als beugungsbeeinträchtigt angesehen und herabgewichtet. Unterschreitet der gemessene SNR-Wert den Toleranzbereich, d.h. kann (8.1) weder für  $x_1$  noch für  $x_2$  erfüllt werden, so wird die Phasenmessung als Ausreißer angesehen und eliminiert. Entsprechende Untersuchungen ergaben, dass die ublox-Empfänger halbe Phasensprünge gehäuft zeigen, falls unter Berücksichtigung der Elevation das SNR niedriger ist als üblich. Deshalb wurde der Toleranzbereich für die ublox-Ausrüstung etwas strenger festgesetzt als für die geodätischen Zweifrequenzsensoren (Tab. 8.2). Basierend auf der Verteilungsfunktion der Standard-Normalverteilung gibt die letzte Spalte die Wahrscheinlichkeit an, mit der das wahre Residuum außerhalb des zweiseitigen Intervalls liegt, dessen Grenzen durch das gewählte Vielfache  $x_i$  bestimmt sind (Niemeier, 2002). Entsprechende Beobachtungen würden zu Unrecht herabgewichtet bzw. eliminiert. Die Werte für  $x$  wurden so gewählt, dass einerseits die Anzahl dieser Beobachtungen bzw. die Irrtumswahrscheinlichkeit sehr klein ist und andererseits Beugungsfehler stark reduziert werden.

Tab. 8.2: Toleranzbereiche der verschiedenen SNR-Referenzfunktionen.

Sensorgruppe	Vielfaches $x_i$	Wert von $x_i$	Irrtumswahrscheinlichkeit
geodätisch	$x_1$	3,3	0,1%
	$x_2$	4,3	0,01%
ublox	$x_1$	2,6	1%
	$x_2$	3,3	0,1%

Die Station 800 unterliegt teils deutlichen Signalabschattungen und ist dementsprechend stark durch Beugungsfehler beeinträchtigt. Sowohl die geodätischen Zweifrequenzsensoren als auch die ublox-Sensoren, die auf dieser Station zum Einsatz kamen, wurden typgleich auf mindestens einer weiteren, abschattungsfreien Station verwendet. Dadurch ist es zunächst auf einfache Weise möglich, problematische 5°-Mittelwerte als Ausreißer zu erkennen (Abb. 8.4). Darüber hinaus kann ihr Ausschluss von der Parameterschätzung gut kompensiert werden.

Die SAPOS-Station Kloppenheim (0451) fällt ebenfalls durch SNR-Ausreißer in einem bestimmten Azimut- und Elevationsbereich auf (Abb. 8.5). Eine Luftbildaufnahme zeigt, dass sich in dem auffälligen Azimutbereich ein Turm in Gerüstbauweise befindet. Insgesamt ist dies ein schönes Beispiel dafür, dass Beugungsprobleme a priori durch SNR-Referenzfunktionen zuverlässig detektiert (und im Anschluss geeignet behandelt) werden können.

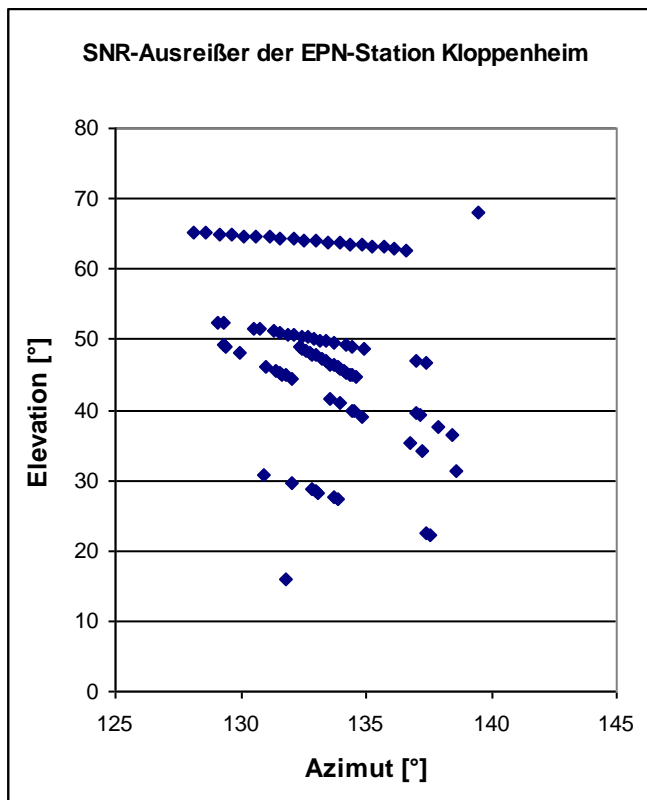


Abb. 8.5: SNR-Ausreißer der SAPOS-Station Kloppenheim (li.) und Luftbildaufnahme dieser Station (re.).

### 8.3 Langzeitstatische Berechnung von Referenzkoordinaten

Um später Soll-Ist-Vergleiche durchführen zu können, werden hochgenaue Referenzkoordinaten benötigt, deren Berechnung nicht auf interpolierten Korrekturen beruht. Diese Anforderung wird erfüllt durch Auswertungen, die unter Verwendung der ionosphärenfreien Linearkombination Troposphärenparameter schätzen. Die langzeitstatische Berechnung der Referenzkoordinaten basiert generell auf RINEX-Dateien, die mit *EditRNX* von SNR-Ausreißern befreit wurden. Dadurch ist gewährleistet, dass das Beobachtungsmaterial identisch ist zu dem, das später bei der Auswertung von 10-minütigen Sessionen verwendet wird.

#### 8.3.1 Im IGS05 für die FKP-Positionierung der Zweifrequenz-Roverstationen

Alle Zweifrequenzmessungen bzw. die drei Zweifrequenz-Roverstationen und die vier SAPOS-Stationen wurden mit der Berner GPS Software ausgewertet. Das prinzipielle Auswertekonzept der Berner GPS Software ist eine strenge zweistufige Ausgleichung. Zunächst werden alle Sessionen auf Grundlage der Phasenbeobachtungen ausgewertet. Die Ergebnisse dieser Parameterschätzungen werden in Form von Normalgleichungen mit vollständiger Varianz-Kovarianzinformation gespeichert. Anschließend werden alle Normalgleichungen zur Gesamtlösung einer Kampagne kombiniert. Konzeptionell entspricht diese Vorgehensweise der sequentiellen Ausgleichung. Diese liefert unter der Voraussetzung, dass Beobachtungen nur innerhalb der einzelnen Teilausgleichungen (bzw. hier Sessionen) korreliert sind, dieselben Ergebnisse wie eine Ausgleichung aller Beobachtungen in einem Guss (Dach et al., 2007).

---

Das vorliegende Beobachtungsmaterial wurde in 8h-Sessionen aufgeteilt, da die Messungen nicht um 0:00 Uhr begannen und die Bearbeitung über Tagesgrenzen hinaus sehr aufwendig ist. Die Auswertung beruht auf Doppeldifferenzen und folgt den grundlegenden Empfehlungen von (Dach et al., 2007); eine Zusammenfassung zu Bearbeitungsrichtlinien findet sich z.B. bei (Drescher und Becker, 2007). Nach einer Reihe von Vorverarbeitungsschritten wird für jede Session zunächst eine ionosphärenfreie float-Lösung des gesamten Netzes berechnet, um Ausreißer zu detektieren und zu beseitigen. Anschließend werden die Mehrdeutigkeiten basislinienweise festgesetzt. Die Bearbeitung einer Session wird abgeschlossen durch die Berechnung von Stationskoordinaten und ZPD-Troposphärenparametern auf Grundlage einer ionosphärenfreien, mehrdeutigkeitsfixierten Netzlösung und unter korrekter Berücksichtigung der mathematischen Korrelationen. Bei allen Bearbeitungsschritten wurden finale IGS05-Satellitenbahnen, eine Elevationsgrenze von  $10^\circ$  sowie die elevationsabhängige Gewichtung gemäß (3.5) verwendet. Die troposphärische a-priori-Beobachtungskorrektur besteht aus dem hydrostatischen Anteil des Saastamoinen-Modells für Zenitbeobachtungen unter Verwendung der trockenen Niell Mapping-Funktion. Mapping-Funktion für den feuchten, d.h. den in der Ausgleichung geschätzten, Anteil der Zenitverzögerung ist die feuchte Niell Mapping-Funktion. In der Berner GPS Software wird dieser Anteil als stetige Aneinanderreihung von linearen Funktionen der Zeit modelliert. In der finalen, mehrdeutigkeitsfixierten Netzlösung einer Session wurden solche stetigen ZPD-Geradenstücke alle zwei Stunden neu geschätzt. Schlussendlich wurden die Normalgleichungen der einzelnen Sessionen zur Kampagnenlösung kombiniert und zusätzlich die Differenzen der Einzelsessionen zur Kampagnenlösung berechnet. Diese bestätigten die Erwartung, dass es keine signifikanten Deformationen gibt. Wie später noch beschrieben wird (Kapitel 8.5.1), wurde die SAPOS-Station Kloppenheim (0451) als zentrale Referenzstation des FKP-Konzepts ausgewählt. Um das geodätische Datum dementsprechend zu definieren, wurden in der Kampagnenlösung ausschließlich ihre IGS05-Koordinaten zum Zeitpunkt der mittleren Beobachtungsepoche fixiert.

### **8.3.2 Im IGS05 für die FKP-Positionierung der Einfrequenz-Roverstationen**

Mit der in Kapitel 7.5 beschriebenen Software werden Basislinien von den Zweifrequenz-Roverstationen zu den jeweiligen Einfrequenz-Roverstationen berechnet, wodurch ebenfalls ein hierarchischer Anschluss an die IGS05-Koordinaten der Station Kloppenheim erreicht wird. Da die entsprechenden Basislinien nur wenige Meter kurz sind, spielt die atmosphärische Refraktion praktisch keine Rolle.

### **8.3.3 Im ETRS89 für die VRS-Positionierung**

Um den Vergleich mit einer kommerziellen Netz-RTK-Software zu ermöglichen, wurden für die drei Roverstationen VRS-Beobachtungsdateien von SAPOS Hessen angefordert und heruntergeladen. Die virtuellen Referenzstationen beziehen sich auf das Bezugssystem ETRS89 in der Realisierung der SAPOS-Diagnoseausgleichung (Beckers et al., 2005). Die Georeferenzierung einer VRS ist für den Nutzer nicht exakt nachvollziehbar, da sie implizit in

den virtuellen Beobachtungen enthalten ist; d.h. sie ist vom Nutzer auch nicht exakt reproduzierbar. Die Referenzkoordinaten für die VRS-Positionierung der Roverstationen wurden durch Ausgleichung der Normalgleichungen aus Kapitel 8.3.1 berechnet, wobei das geodätische Datum durch eine freie Lagerung auf die ETRS89-Koordinaten der SAPOS-Stationen, ebenfalls im Datum der SAPOS-Diagnoseausgleichung, bestimmt wurde. Auf diese Weise wird die Georeferenzierung der virtuellen Referenzstationen zumindest plausibel reproduziert.

## 8.4 Positionierung von Einfrequenz-Roverstationen mittels VRS

Die VRS-Beobachtungsdateien wurden von SAPOS Hessen mit VRS<sup>3</sup>Net, einer kommerziellen Netz-RTK-Software (URL Trimble), erzeugt. Die entsprechenden Roverpositionierungen dienen der Einordnung der derzeitigen Möglichkeiten und Grenzen von Netz-RTK. Aus diesem Grund werden außerdem zunächst die L1-Beobachtungen der geodätischen Zweifrequenzempfänger von Leica verwendet. Die Roverpositionierung geschieht jeweils durch Auswertung der sehr kurzen Basislinie von der VRS zur Roverstation. Die Basislinien werden mit der selbst implementierten Software aus Kapitel 7.5 automatisiert im Postprocessing berechnet. Dabei werden 10-minütige Beobachtungsdateien, eine Elevationsmaske von 10° und ein Samplingintervall von 5 Sekunden verwendet. Eine ausführliche Zusammenstellung der einzelnen Berechnungsschritte findet sich in Kapitel 8.5.2.

Tab. 8.3: Sessionen-Statistik für VRS und simulierte Einfrequenz-Roverstationen. Die erste und die letzte Zeile beziehen sich auf alle Sessionen, alle anderen nur auf Sessionen mit guter Qualität.

	2002	5002	8002
Gesamtanzahl der Sessionen	720	720	720
Anzahl der Sessionen in der Statistik	711	707	650
DD-Mehrdeutigkeiten pro Session ( $\emptyset$ )	6,90	6,90	5,66
Festgesetzte DD-Mehrdeutigkeiten pro Session ( $\emptyset$ )	6,86	6,88	5,62
Erfolgsquote der Mehrdeutigkeitsfestsetzung ( $\emptyset$ )	99,41%	99,67%	99,21%
Falsche Mehrdeutigkeitsfestsetzungen	0	0	0
Sessionen mit Lageausreißern ( $\Delta > 20$ mm)	2	4	7
Größter Lageausreißer [mm]	24,5	24,6	28,9
Sessionen mit Höhenausreißern ( $\Delta > 60$ mm)	0	0	0
Größter Höhenausreißer (Absolutbetrag) [mm]	-	-	-
Anzahl der einwandfreien Sessionen	709	703	643
Einwandfreie Sessionen bezogen auf Gesamtanzahl	98,47%	97,64%	89,31%

Ausschließlich Sessionen von guter Qualität wurden statistisch ausgewertet bzw. in den Tabellen und Abbildungen berücksichtigt. Die diesbezüglichen Kriterien sind im Kapitel 8.5.2 definiert.

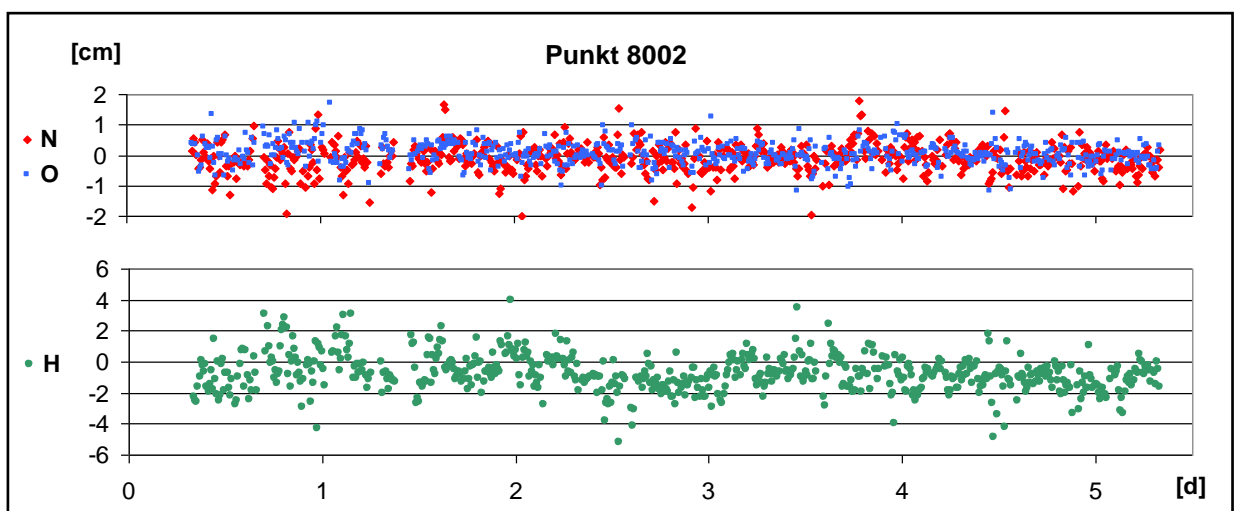
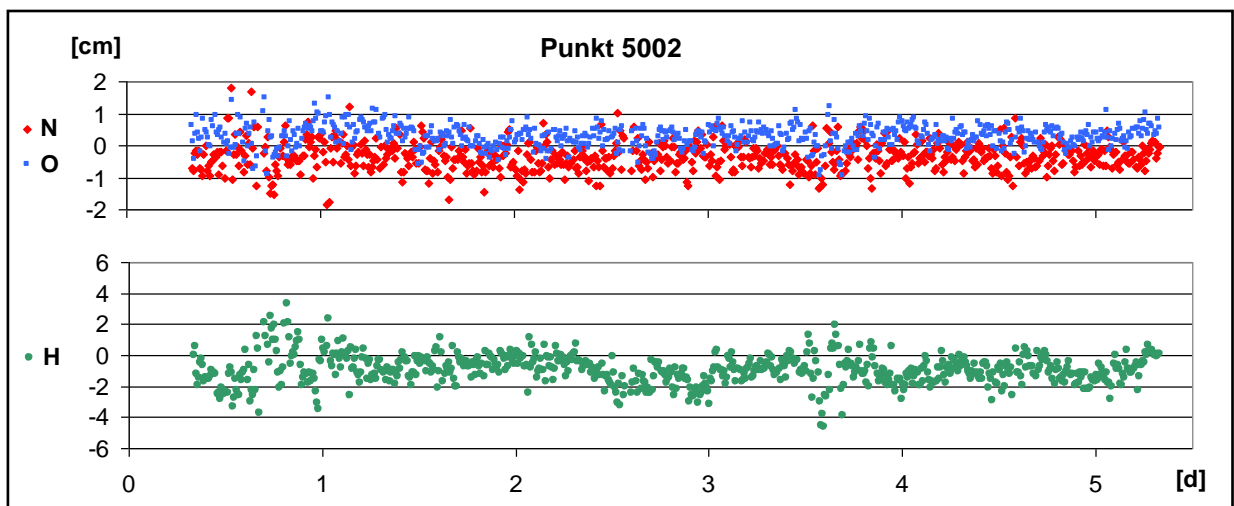
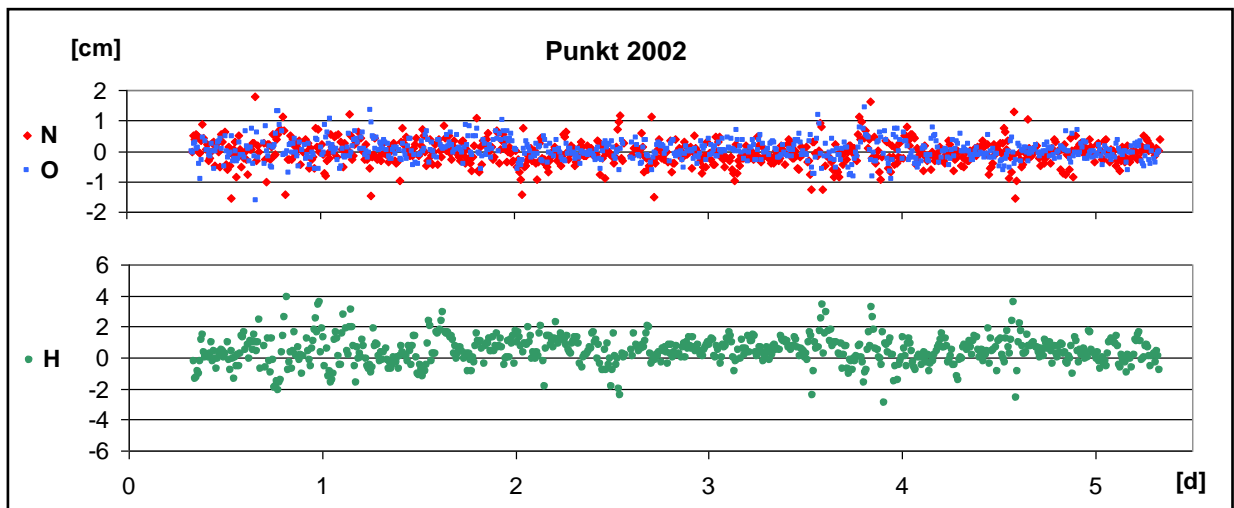


Abb. 8.6: VRS und simulierte Einfrequenz-Roverstationen: Residuen bezüglich der Referenzkoordinaten in den Komponenten Nord, Ost und Höhe; die Zeitreihen beginnen am 03.11.2009 um 12:00.

Gemäß den SAPOS-Spezifikationen (URL SAPOS) werden Ergebniskoordinaten als Ausreißer betrachtet, wenn sie von den Sollkoordinaten um mehr als 2 cm in der Lage bzw. um mehr als 6 cm in der Höhe abweichen. Die Tabelle 8.3 enthält eine Sessionen-Statistik, die das Auftreten von Ausreißern sowie das Festsetzen der Mehrdeutigkeiten zusammenfasst. Die Festsetzungsquote ist stets größer als 99%. Alle Lageausreißer sind kleiner als 3 cm, Höhenausreißer gibt es keine. Falls der Signalempfang nicht nachhaltig gestört ist, sind ca. 98% der Sessionen einwandfrei. Einwandfreie Sessionen sind solche, die a priori von guter Qualität sind und deren Ergebniskoordinaten außerdem im Soll-Ist-Vergleich keine Ausreißer liefern. Auf der Station 800, die sowohl unter Abschattungen als auch unter Signalstörungen leidet, sind nur ca. 89% der Sessionen einwandfrei.

Wie in Kapitel 8.3.3 erläutert wurde, ist die Berechnung von Referenzkoordinaten nicht auf exakte, sondern nur auf plausible Weise möglich. Davon sind Bias und RMS der Tabelle 8.4 betroffen, weshalb sie streng genommen nur bedingt aussagekräftig sind. Dennoch ist mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit die Aussage zulässig, dass die Genauigkeit in der Lage besser als 1 cm ist und in der Höhe 1 bis 1,5 cm beträgt (RMS).

Tab. 8.4: Genauigkeitskenngrößen für VRS und simulierte Einfrequenz-Roverstationen. Die Zusammenstellung bezieht sich ausschließlich auf Sessionen mit guter Qualität.

		2002			5002			8002		
		N	O	H	N	O	H	N	O	H
Bias	[mm]	-0,5	0,2	4,3	-3,3	2,8	-9,4	-0,9	0,5	-7,4
RMS	[mm]	4,3	3,4	9,9	5,7	4,4	13,5	5,4	3,8	13,8
s	[mm]	4,2	3,4	8,9	4,6	3,5	9,7	5,3	3,8	11,6

## 8.5 Positionierung von Einfrequenz-Roverstationen mittels FKP

### 8.5.1 Auswahl der zentralen Referenzstation

Im Hinblick auf kurze Basislinien zu den Roverstationen kommen nur die SAPOS-Stationen 0448 und 0451 als zentrale Referenzstationen in Frage, wobei sich mit 0451 die deutlich kürzeren Basislinien ergeben (Abb. 8.1). Zudem ist 0451 eine Station der Kategorie A im European Permanent Network. Das bedeutet, sie darf als Referenzstation für EUREF-Verdichtungen verwendet werden. Andererseits sind die Messungen auf 0451 durch Beugungsfehler beeinträchtigt; sie werden durch die Verwendung der SNR-Referenzfunktionen zwar stark reduziert (Kapitel 8.2). Jedoch betrifft beim FKP-Ansatz das Verwerfen von Beobachtungen auf der zentralen Referenzstation stets alle Basislinien. Letztlich zeigte sich, dass mit 0451 als zentraler Referenzstation trotz einer größeren Anzahl von verworfenen Beobachtungen mehr Mehrdeutigkeiten im Referenzstationsnetz festgesetzt werden können als mit der Station 0448. Dies liegt vermutlich daran, dass die Basislinien im Referenzstations-



---

netz mit 0451 als zentraler Referenzstation deutlich kürzer sind. Da ausschließlich für Doppeldifferenzen deren Mehrdeutigkeiten bestimmt werden konnten, Residuen und anschließend FKP berechnet werden können, wird schlussendlich die SAPOS-Station 0451 als zentrale Referenzstation verwendet.

### 8.5.2 Grundsätzliches Vorgehen

Für sämtliche Auswerteschritte wurde die selbst implementierte Software eingesetzt, die in Kapitel 7.5 ausführlich beschrieben wurde. Zunächst werden mit *EditRNX* Beobachtungen mit Beugungsfehlern verworfen oder herabgewichtet, der Empfängeruhrenfehler bestimmt sowie a-priori-Korrekturen angebracht. Anschließend wird das Programm *PreProc* benutzt, um Doppeldifferenzbeobachtungen und ihre Mehrdeutigkeiten zu definieren. Danach dient die Anwendung *ScreenBL* dem Eliminieren von Ausreißerbeobachtungen. Schließlich werden mit *AmbRes* die Mehrdeutigkeiten festgesetzt. Dabei kommen mehrere Strategien nacheinander zum Einsatz, falls die vorherige nicht erfolgreich war. Die eben geschilderten Auswerteschritte werden zunächst für die Referenzstationen absolviert, anschließend werden Flächenkorrekturparameter berechnet und dieselben Auswerteschritte werden für die Roverstationen wiederholt. Dabei werden stets 10-minütige Beobachtungsdateien, eine Elevationsmaske von  $10^\circ$  und ein Samplingintervall von 5 Sekunden verwendet. Das Referenzstationsnetz wird von den SAPOS-Stationen 0448, 0451, 0452 und 0460 gebildet (Abb. 8.1), wobei die Station 0451 als zentrale Referenzstation dient. Die troposphärischen a-priori-Beobachtungskorrekturen werden aus dem Saastamoinen-Modell für Zenitbeobachtungen unter Verwendung der trockenen Niell Mapping-Funktion berechnet. Die dafür u.a. benötigte Luftfeuchte wird zunächst mit der Formel (4.25c) höhenabhängig extrapoliert. Bei einer zweiten Auswertevariante wird die relative Luftfeuchte höhenunabhängig mit 50% angenommen.

Nachfolgend werden die drei prinzipiellen Auswerteschritte des FKP-Ansatzes im Hinblick auf die Berechnung der Netz-RTK-Korrekturen sowie die Beurteilung der Roverpositionierung erläutert.

#### *Schritt 1: Auswertung des Referenzstationsnetzes*

Zunächst werden die Mehrdeutigkeiten im Referenzstationsnetz festgesetzt, um die Beobachtungsresiduen bzw. -verbesserungen zu berechnen. Die alternative Berechnung des geometrischen Residuums gemäß (6.9) erfordert die Schätzung eines Troposphärenparameters. Dies wiederum ist möglich, da die SAPOS-Koordinaten hochgenau bekannt sind und deshalb praktisch fixiert werden können. Der relative ZPD-Parameter wird unter Verwendung der feuchten Niell Mapping-Funktion geschätzt. Da er sich nur auf eine recht kurze Zeitdauer von 10 Minuten bezieht, wird anschließend ein gewichteter ZPD-Stundenmittelwert berechnet, in den außerdem die relativen ZPD-Parameter der vorherigen Sessionen eingehen. Darüber hinaus wird mit diesem Stundenmittelwert die Mehrdeutigkeitsbestimmung der nachfolgenden Session unterstützt.

---

## *Schritt 2: Berechnung von FKP sowie Soll-Ist-Vergleich der Korrekturen*

Im Anschluss an die Festsetzung der Mehrdeutigkeiten werden die Doppeldifferenzresiduen der Referenzstationen berechnet. Dies kann einerseits auf herkömmliche Weise mittels der Formeln (6.1) und (6.2) geschehen oder andererseits alternativ unter Verwendung der Formeln (6.9) und (6.11). Bei der anschließenden FKP-Berechnung wird eine Ebeneninterpolation gemäß (6.4) und (6.5) verwendet, da für den höhenabhängigen Ansatz gemäß (6.7) die Höhenunterschiede im Referenzstationsnetz zu gering sind. Die FKP wiederum liefern die interpolierten Korrekturen für die Roverstationen, die als Ist-Korrekturen betrachtet werden. Für die Zweifrequenz-Roverstationen können darüber hinaus Soll-Korrekturen berechnet werden. Für die Roverstation 800 war der L2-Empfang aufgrund bestehender Sendeeinrichtungen zeitweise stark gestört. Am 6. und 7. November waren diese Störungen bzw. der damit verbundene Signalausfall nur gering ausgeprägt (für 97,5% der L1-Beobachtungen gibt es entsprechende L2-Beobachtungen). Soll-Korrekturen sowie die Soll-Ist-Vergleiche der Korrekturen wurden deshalb ausschließlich für diese beiden Tage berechnet.

## *Schritt 3: Berechnung und Beurteilung der Roverpositionierung*

Die Ausreißerdetektion, die Mehrdeutigkeitsbestimmung sowie die Berechnung der mehrdeutigkeitsfixierten Basislinie geschieht auf Grundlage von Einfrequenzbeobachtungen, an die zuvor die interpolierten FKP-Korrekturen angebracht wurden. Wie soeben erläutert wurde, kann der höhenabhängige FKP-Ansatz gemäß (6.7) nicht verwendet werden. Im Anschluss an die Roverpositionierung können Residuen zu den hochgenauen Referenzkoordinaten sowie die in Kapitel 2.4 erläuterten Genauigkeitsmaße Standardabweichung, RMS und Bias berechnet werden. Damit ist eine umfassende Beurteilung der Genauigkeit möglich. Es werden ausschließlich Sessionen von guter Qualität statistisch ausgewertet bzw. in den Tabellen und Abbildungen berücksichtigt. Sessionen sind a priori von guter Qualität, wenn mindestens vier Doppeldifferenzmehrdeutigkeiten festgesetzt werden konnten und die Standardabweichungen der Parameterschätzung 1,5 mm (Nord), 1,0 mm (Ost) und 3,0 mm (Höhe) nicht überschreiten, was dem Drei- bis Vierfachen ihrer Durchschnittswerte entspricht. Gemäß den SAPOS-Spezifikationen (URL SAPOS) werden Ergebniskoordinaten als Ausreißer betrachtet, wenn sie von den Sollkoordinaten um mehr als 2 cm in der Lage bzw. um mehr als 6 cm in der Höhe abweichen. Treten in einer Session keine Ausreißer auf, so gilt sie a posteriori als einwandfrei.

Die nachfolgenden Kapitel 8.6 und 8.7 beschreiben die durchgeführten Auswertungen und deren Ergebnisse im Detail. Um zu vermeiden, dass die prinzipiellen Auswerteprobleme zusätzlich von den Besonderheiten der ublox-Ausrüstung überlagert werden (insbesondere halbe Phasensprünge), werden zunächst geodätische Einfrequenz-Roverstationen simuliert; d.h. es werden ausschließlich die L1-Beobachtungen der Leica-Ausrüstung verwendet. Anschließend wird die Auswertung der ublox-Roverstationen berechnet und ihre Genauigkeit untersucht.



## 8.6 FKP auf Grundlage einer höhenabhängigen a-priori-Luftfeuchte

Zunächst wird die relative Luftfeuchte nach (Rothacher, 1992) bzw. mit der Formel (4.25c) extrapoliert. Während aus der Formel (4.25c) eine höhenabhängige Abnahme der Feuchte hervorgeht (Tab. 4.1), nimmt die gemessene Feuchte mit der Höhe zu (Abb. 8.2). Die Annahme, dass die Luftfeuchte mit der Höhe abnimmt, ist für den vorliegenden Testdatensatz also offensichtlich falsch. Dennoch wird diese Annahme zunächst beibehalten, um ihre Auswirkungen zu untersuchen.

### 8.6.1 Auswertung des Referenzstationsnetzes

Die Festsetzung der Mehrdeutigkeiten im Referenzstationsnetz für alle Sessionen wird in der Tabelle 8.5 dokumentiert. Von den rund 15.000 Mehrdeutigkeiten können gut 97% bestimmt werden, wobei eine Mehrdeutigkeit falsch fixiert wird. In zwei der insgesamt 720 Sessionen wurden weniger als fünf Satelliten bzw. weniger als vier Doppeldifferenzen beobachtet. Letztlich sind es vier Sessionen, in denen weniger als vier fixierte Mehrdeutigkeiten vorliegen bzw. in denen FKP nur für drei oder noch weniger Doppeldifferenzen berechnet werden konnten.

Tab. 8.5: Mehrdeutigkeitsfestsetzung im Referenzstationsnetz bei höhenabhängiger a-priori-Luftfeuchte.

Gesamtanzahl der Mehrdeutigkeiten	14929
DD-Mehrdeutigkeiten pro Session ( $\emptyset$ )	6,91
Festgesetzte DD-Mehrdeutigkeiten pro Session ( $\emptyset$ )	6,72
Erfolgsquote der Mehrdeutigkeitsfestsetzung ( $\emptyset$ )	97,29%
Falsche Mehrdeutigkeitsfestsetzungen	1
Sessionen mit weniger als 4 DD-Mehrdeutigkeiten	2
Sessionen mit FKP für weniger als 4 Doppeldifferenzen	4

### 8.6.2 Berechnung von FKP sowie Soll-Ist-Vergleich der Korrekturen

Da auf den Roverstationen u.a. auch Zweifrequenzsensoren zum Einsatz kamen, besteht die Möglichkeit, Sollwerte für die geometrischen und ionosphärischen Korrekturen zu berechnen. Die Ist-Korrekturen sind diejenigen, die aus den FKP interpoliert werden. Anschließend kann ein Soll-Ist-Vergleich der Korrekturen berechnet werden. Zunächst wurden die Korrekturen auf herkömmliche Weise und anschließend mit den alternativen Formeln berechnet. Die Soll-Ist-Vergleiche zeigen eine sehr gute Übereinstimmung für die ionosphärischen Korrekturen. Die geometrischen bzw. troposphärischen Korrekturen weichen mit zunehmender Höhe immer stärker von ihren Sollwerten ab. Letztlich können die Korrekturen nicht mit 1cm-Genauigkeit reproduziert werden. Außerdem zeigen die Tabellen 8.6 und 8.7, dass die Residuen, die mit dem alternativen Verfahren berechnet wurden, weniger stark von den Sollwerten abweichen. Dies gilt jedoch ausschließlich für die getrennte Betrachtung der

geometrischen und ionosphärischen Korrekturen. Ihre Summe, d.h. die L1-Korrektur, ist gemäß Formel (6.10) identisch.

Tab. 8.6: Soll-Ist-Vergleich der entfernungsabhängigen Korrekturen bei höhenabhängiger a-priori-Luftfeuchte. Die Berechnung erfolgte herkömmlich, d.h. mittels (6.1) und (6.2).

	RMS [mm]			Bias [mm]		
	Geom.	Iono.	L1	Geom.	Iono.	L1
2002	12,4	9,7	10,6	3,2	3,6	6,8
5002	17,2	10,1	15,3	8,7	1,2	9,9
8002	21,9	8,4	22,5	13,7	1,7	15,4

Tab. 8.7: Soll-Ist-Vergleich der entfernungsabhängigen Korrekturen bei höhenabhängiger a-priori-Luftfeuchte und Verwendung der alternativen Formeln (6.9) und (6.11).

	RMS [mm]			Bias [mm]		
	Tropo.	Iono.	L1	Tropo.	Iono.	L1
2002	5,9	7,2	10,6	3,8	3,0	6,8
5002	12,4	6,6	15,3	8,8	1,1	9,9
8002	20,3	6,3	22,5	14,0	1,4	15,4

Die Herleitungen der alternativen Formeln und ihre Vorzüge gegenüber der herkömmlichen Berechnungsweise wurden in Kapitel 6.3.4 ausführlich beschrieben. U.a. wurde theoretisch begründet, dass die Mehrwegefehler der geometrischen und ionosphärischen Korrekturen durch die Verwendung der alternativen Formeln stark reduziert werden. Die Abbildung 8.7 zeigt diese Reduzierung beispielhaft für eine Session auch in der Realität.

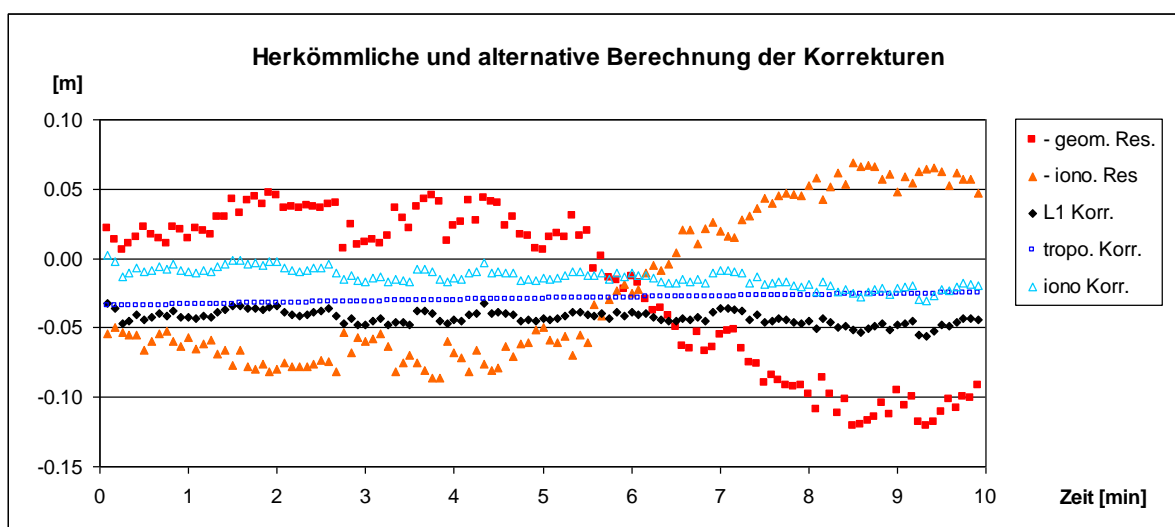


Abb. 8.7: Herkömmliche und alternative Berechnung der Korrekturen für eine Doppeldifferenz.

Die Korrekturen nach der alternativen Berechnungsweise sind in Blautönen, die Korrekturen nach der herkömmlichen Berechnungsweise sind als negative Residuen in Rottönen dargestellt. Letztere weisen offensichtlich den Charakter einer Schwingung auf, wobei ihre Summe, d.h. das L1-Residuum, weitgehend konstant ist. Dies lässt den Schluss zu, dass die geometrischen und ionosphärischen Residuen, die auf herkömmliche Weise berechnet werden, tatsächlich wesentlich größere Mehrwegefehler enthalten.

### 8.6.3 Positionierungsberechnung mit simulierten Einfrequenz-Roverstationen

Die Sessionenstatistik der Tabelle 8.8 enthält ausschließlich Informationen zur Mehrdeutigkeitsfestsetzung. An dieser Stelle soll darauf nicht näher eingegangen werden. Die Tabelle 8.8 ist jedoch später beim Vergleich mit der entsprechenden Sessionenstatistik des nachfolgenden Kapitels von Bedeutung

Tab. 8.8: Sessionen-Statistik für FKP und simulierte Einfrequenz-Roverstationen bei höhenabhängiger a-priori-Luftfeuchte. Die erste Zeile bezieht sich auf alle Sessionen, die nachfolgenden Zeilen beziehen sich nur auf Sessionen mit guter Qualität.

	2002	5002	8002
Gesamtanzahl der Sessionen	720	720	720
Anzahl der Sessionen in Statistik	713	705	629
DD-Mehrdeutigkeiten pro Session ( $\emptyset$ )	6,76	6,76	5,63
Festgesetzte DD-Mehrdeutigkeiten pro Session ( $\emptyset$ )	6,73	6,68	5,47
Erfolgsquote der Mehrdeutigkeitsfestsetzung ( $\emptyset$ )	99,59%	98,82%	97,09%
Falsche Mehrdeutigkeitsfestsetzungen	0	0	0

Der Soll-Ist-Vergleich der Ergebniskoordinaten, wobei ausschließlich Sessionen guter Qualität berücksichtigt wurden, ist in der Tabelle 8.9 zusammengefasst. Die Ergebniskoordinaten zeigen eine sehr gute Lagegenauigkeit (RMS) und eine gute Wiederholgenauigkeit in der Höhe (Standardabweichung  $s$ ). Mit zunehmender Höhe jedoch nimmt der Höhenbias sehr deutlich zu und beträgt für den Punkt 800 schließlich ca. 4 cm.

Tab. 8.9: Genauigkeitskenngrößen für FKP und simulierte Einfrequenz-Roverstationen bei höhenabhängiger a-priori-Luftfeuchte; basierend ausschließlich auf Sessionen mit guter Qualität.

	2002			5002			8002		
	N	O	H	N	O	H	N	O	H
Bias [mm]	2,9	-0,2	16,7	0,5	0,7	25,0	3,7	-0,4	40,4
RMS [mm]	4,8	3,0	18,5	5,0	3,4	27,0	7,8	4,8	42,9
s [mm]	3,8	2,9	8,0	5,0	3,4	10,3	6,9	4,8	14,6

Was sich bereits durch den Vergleich der extrapolierten mit der gemessenen Luftfeuchte andeutete und schließlich auch im Soll-Ist-Vergleich der Korrekturen zeigte, findet im Soll-Ist-Vergleich der Koordinaten seine finale Bestätigung. Der Ansatz, der gemäß Formel (4.25c) bei zunehmender Höhe von einer Abnahme der Luftfeuchte ausgeht, ist für den Testdatensatz offensichtlich nicht geeignet. Das liegt zum einen daran, dass sich die Luftfeuchte in der Realität deutlich anders verhält als im Modell. Andererseits wiegt dieser Mangel aufgrund der vorliegenden Netzkonstellation besonders schwer, da aufgrund des weitgehend einheitlichen Höhenniveaus der Referenzstationen kein höhenabhängiger FKP-Parameter geschätzt werden konnte. Da der gewählte Ansatz ungeeignet ist, wurde auf die Darstellung von Koordinatenzeitreihen und auf die Roverpositionierung unter Verwendung der Einfrequenzsensoren von ublox verzichtet.

## 8.7 FKP auf Grundlage einer konstanten a-priori-Luftfeuchte

Bei der Berechnung der troposphärischen a-priori-Laufzeitverzögerung wird von einer relativen Luftfeuchte ausgegangen, die höhenunabhängig, d.h. konstant, 50% beträgt.

### 8.7.1 Auswertung des Referenzstationsnetzes

Die Mehrdeutigkeitsfestsetzung im Referenzstationsnetz für alle Sessionen wird in der Tabelle 8.10 zusammengefasst. Die Referenzstationen liegen auf einem weitgehend einheitlichen Höhenniveau. Die Änderung in der a-priori-Troposphärenmodellierung fällt deshalb für alle Stationen in etwa gleich stark aus, weshalb sie sich auf die Basislinienauswertung kaum auswirkt. Demzufolge ergeben sich nur marginale Unterschiede zwischen den Tabellen 8.5 und 8.10. Eine ausführliche Erläuterung der Tabelle ist deswegen nicht erforderlich. Die Bedeutung der letzten Tabellenzeile hingegen soll herausgestellt werden. In beiden Auswertevarianten sind es vier Sessionen, in denen Flächenkorrekturparameter für weniger als vier Doppeldifferenzen zur Verfügung stehen. Aus den Qualitätskriterien, die in Kapitel 8.5.2 beschrieben sind, folgt daraus, dass von den 720 Roversessionen maximal 716 von guter Qualität sein können.

Tab. 8.10: Mehrdeutigkeitsfestsetzung im Referenzstationsnetz bei einer a-priori-Luftfeuchte von 50%.

Gesamtanzahl der Mehrdeutigkeiten	14929
DD-Mehrdeutigkeiten pro Session ( $\emptyset$ )	6,91
Festgesetzte DD-Mehrdeutigkeiten pro Session ( $\emptyset$ )	6,72
Erfolgsquote der Mehrdeutigkeitsfestsetzung ( $\emptyset$ )	97,28%
Falsche Mehrdeutigkeitsfestsetzungen	1
Sessionen mit weniger als 4 DD-Mehrdeutigkeiten	2
Sessionen mit FKP für weniger als 4 Doppeldifferenzen	4

### 8.7.2 Berechnung von FKP sowie Soll-Ist-Vergleich der Korrekturen

Im Anschluss an die Auswertung des Referenzstationsnetzes werden FKP und daraus Ist-Korrekturen berechnet. Die Soll-Korrekturen stammen wiederum aus einer Zweifrequenz-Auswertung der Roverstationen. Der Soll-Ist-Vergleich der Korrekturen zeigt bei einer höhen-unabhängigen relativen Luftfeuchte von 50% eine sehr gute Übereinstimmung.

Tab. 8.11: Soll-Ist-Vergleich der entfernungsabhängigen Korrekturen bei einer a-priori-Luftfeuchte von 50% und Verwendung der alternativen Formeln (6.9) und (6.11).

	RMS [mm]			Bias [mm]		
	Tropo.	Iono.	L1	Tropo.	Iono.	L1
2002	2,7	7,2	7,6	0,4	3,0	3,4
5002	9,5	6,6	9,6	-6,7	1,1	-5,6
8002	8,8	6,2	8,9	-5,4	1,3	-4,1

Insbesondere die zuvor höhenabhängig stark abweichenden troposphärischen Korrekturen werden wesentlich besser als zuvor reproduziert. Alle Korrekturen lassen sich nun durch FKP mit einer Genauigkeit von unter einem Zentimeter (RMS) reproduzieren. Damit erfüllt der realisierte FKP-Ansatz die diesbezügliche Anforderung aus Kapitel 7.3 vollständig.

### 8.7.3 Positionierungsberechnung mit simulierten Einfrequenz-Roverstationen

Die einzelnen Berechnungs- und Analyseschritte der Roverpositionierung sind im Kapitel 8.5.2 ausführlich beschrieben. Nachfolgend werden die Mehrdeutigkeitsfestsetzung, das Auftreten von Lage- und Höhenausreißern sowie die Genauigkeit der Ergebniskoordinaten tabellarisch zusammengefasst. Die dabei angewandten Kriterien sind ebenfalls im Kapitel 8.5.2 definiert.

Zunächst soll auf die Sessionen-Statistik bzw. auf die Tabelle 8.12 eingegangen werden. Auf allen drei Roverstationen konnten durchschnittlich mehr als 99% der Mehrdeutigkeiten bestimmt werden. Vereinzelt traten sowohl Lage- als auch Höhenausreißer auf. Letztlich sind für die beiden Roverstationen 200 und 500, deren Signalempfang weitgehend ungestört ist, ca. 98% der Sessionen einwandfrei. Die Sessionen der Roverstation 800, die sowohl unter Abschattungsproblemen als auch unter Signalstörungen leidet, sind immerhin zu knapp 90% einwandfrei.

Der Vergleich mit der vorherigen FKP-Variante bzw. mit der Tabelle 8.8 zeigt, dass die ungeeignete a-priori-Troposphärenmodellierung die Erfolgsquote der Mehrdeutigkeitsfestsetzung absenkt. Das lässt sich zunächst alleine aufgrund der dokumentierten durchschnittlichen Erfolgsquote feststellen, die in der vorherigen FKP-Variante mit zunehmender Höhe der Roverstation abnimmt. Darüber hinaus sind für den Punkt 800 wesentlich weniger Sessionen a priori von guter Qualität, weil nicht mindestens vier Mehrdeutigkeiten fixiert werden konnten (629 Sessionen in Tabelle 8.8 vs. 650 Sessionen in Tabelle 8.12).

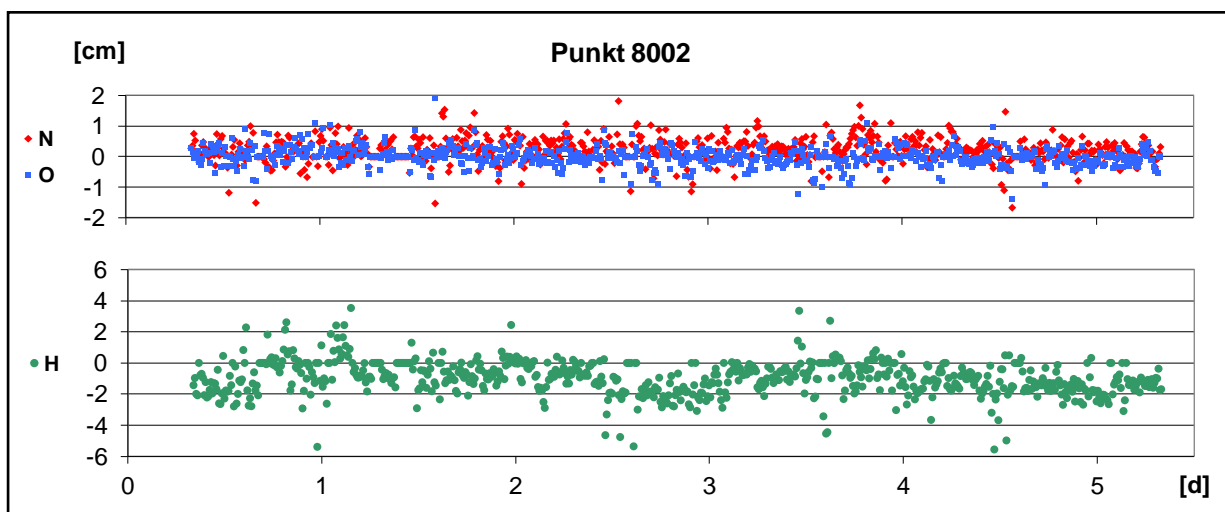
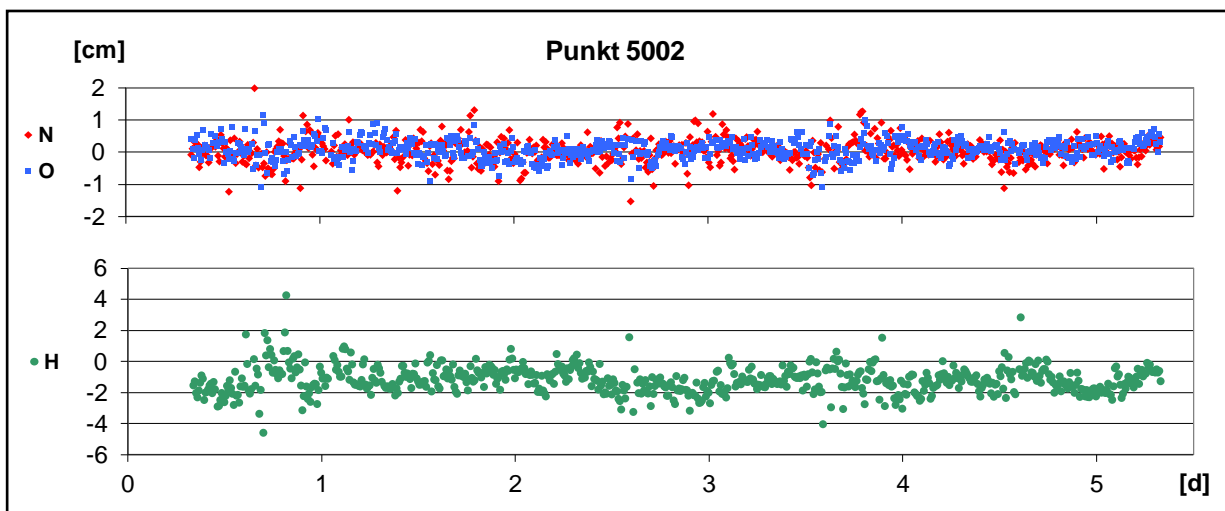
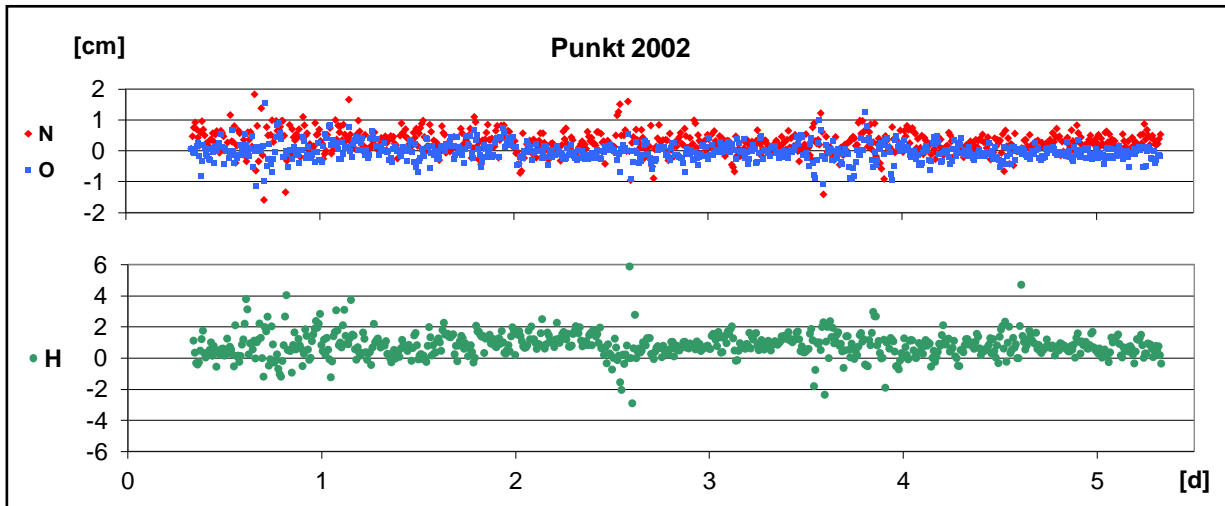


Abb. 8.8: FKP und simulierte Einfrequenz-Roverstationen bei einer a-priori-Luftfeuchte von 50%:  
Residuen in Bezug auf die Referenzkoordinaten in den Koordinatenkomponenten  
Nord, Ost und Höhe; die Zeitreihen beginnen am 03.11.2009 um 12:00.

Des Weiteren ist ein Vergleich mit der VRS-Positionierung von Kapitel 8.4 von Interesse, weil die Roverbeobachtungen und die Software zur Berechnung der Basislinien identisch sind. Die beiden Auswertungen unterscheiden sich ausschließlich in dem realisierten Netz-RTK-Ansatz. Der Vergleich der Tabellen 8.3 und 8.12 macht zunächst deutlich, dass die VRS-Rover-sessionen durchschnittlich mehr Satelliten bzw. mehr Doppeldifferenzen beinhalten. Der FKP-Ansatz ist so implementiert, dass Doppeldifferenzen, für die keine FKP verfügbar sind, von der Applikation *AmbRes* nicht eingelesen werden. Das erlaubt den Schluss, dass die kommerzielle VRS-Software die Mehrdeutigkeiten im Referenznetz etwas erfolgreicher festsetzt. Auch im Hinblick auf detektierte Ausreißer schneidet die VRS-Auswertung insgesamt ein wenig besser ab als der realisierte FKP-Ansatz. Nichtsdestotrotz liefert dieser schlussendlich eine geringfügig höhere Anzahl von einwandfreien Sessionen.

Tab. 8.12: Sessionen-Statistik für FKP und simulierte Einfrequenz-Roverstationen bei einer a-priori-Luftfeuchte von 50%. Die erste und die letzte Zeile beziehen sich auf alle Sessionen, alle anderen nur auf Sessionen mit guter Qualität.

	2002	5002	8002
Gesamtanzahl der Sessionen	720	720	720
Anzahl der Sessionen in Statistik	713	705	650
DD-Mehrdeutigkeiten pro Session ( $\emptyset$ )	6,76	6,76	5,61
Festgesetzte DD-Mehrdeutigkeiten pro Session ( $\emptyset$ )	6,74	6,75	5,58
Erfolgsquote der Mehrdeutigkeitsfestsetzung ( $\emptyset$ )	99,73%	99,75%	99,51%
Falsche Mehrdeutigkeitsfestsetzungen	0	0	0
Sessionen mit Lageausreißern ( $\Delta > 20$ mm)	2	1	6
Größter Lageausreißer [mm]	37,0	21,0	29,9
Sessionen mit Höhenausreißern ( $\Delta > 60$ mm)	0	1	2
Größter Höhenausreißer (Absolutbetrag) [mm]	-	62,9	69,6
Anzahl der einwandfreien Sessionen	711	703	643
Einwandfreie Sessionen bezogen auf Gesamtanzahl	98,75%	97,64%	89,31%

Die Genauigkeitskenngrößen der Roverpositionierung sind in der Tabelle 8.13 zusammengestellt. Sie zeigt, dass die Ergebniskoordinaten eine sehr gute Lagegenauigkeit und eine gute Höhengengenauigkeit haben (RMS).

Die Auswirkung der a-priori-Troposphärenkorrektur auf die Ergebniskoordinaten lässt sich durch einen Vergleich mit der vorherigen Auswertvariante bzw. mit der Tabelle 8.9 untersuchen. Bei der Station 200, deren Höhe vom Höhenniveau der Referenzstationen nur gering abweicht, sind alle Genauigkeitskenngrößen praktisch identisch. Ein anderes Bild ergibt sich für die Stationen 500 und 800, die deutlich über dem Höhenniveau der Referenzstationen liegen (Abb. 8.1). Während die Lagebiase ähnlich groß sind, sind die Höhenbiase deutlich kleiner als in der vorherigen Variante. Auch die Wiederholgenauigkeit ist für diese

beiden Stationen in allen Koordinatenkomponenten besser. Das lässt sich auf die bereits festgestellte, höhere Erfolgsquote der Mehrdeutigkeitsfestsetzung zurückführen (s.o.), da die Wiederholgenauigkeit der entfernungsabhängigen Korrekturen in beiden Varianten praktisch identisch ist. Für die ionosphärischen Korrekturen zeigt das der Vergleich der Tabellen 8.7 und 8.11. Mit der Abbildung 8.11 ist die weitgehende Äquivalenz der Wiederholgenauigkeit auch für die troposphärischen Korrekturen nachgewiesen.

Insgesamt wird deutlich, dass in der vorliegenden Stationskonstellation die troposphärischen a-priori-Korrekturen, insbesondere die verwendeten Standard-Meteodaten, von zentraler Bedeutung für die Höhengenaugkeit einer Roverstation sind, falls deren Höhe deutlich vom Niveau der Referenzstationen abweicht. Dies gilt für alle Genauigkeitskenngrößen (Bias, Standardabweichung und RMS).

Tab. 8.13: Genauigkeitskenngrößen für FKP und simulierte Einfrequenz-Roverstationen bei einer a-priori-Luftfeuchte von 50%; basierend ausschließlich auf Sessionen mit guter Qualität.

		2002			5002			8002		
		N	O	H	N	O	H	N	O	H
Bias	[mm]	2,8	-0,2	8,3	0,4	0,9	-12,0	2,5	0,1	-10,8
RMS	[mm]	4,8	2,9	11,4	3,7	3,1	14,8	5,0	3,5	15,7
s	[mm]	3,9	2,9	7,8	3,7	3,0	8,7	4,4	3,5	11,3

Beim Vergleich mit der VRS-Positionierung von Kapitel 8.4 bzw. mit der Tabelle 8.4 ist zu beachten, dass sich die beiden Auswertungen aufgrund der verschiedenen Netz-RTK-Konzepte auch in ihrer Georeferenzierung unterscheiden. In den Kapiteln 8.3.3 und 8.4 wurde erläutert, dass der Bias und RMS der VRS-Ergebniskoordinaten zwar nicht exakt, jedoch zumindest plausibel bestimmt werden konnten. Unter diesem leichten Vorbehalt lässt sich feststellen, dass die FKP-Lagegenauigkeit geringfügig besser, die FKP-Höhengenaugkeit hingegen geringfügig schlechter ist. Letztlich sind die FKP- und VRS-Resultate in Bezug auf den Bias und RMS also weitgehend gleichwertig. Die Wiederholgenauigkeiten der FKP-Ergebnisse sind durchgängig besser als diejenigen der VRS-Auswertung.

#### 8.7.4 Positionierungsberechnung mit Einfrequenz-Roverstationen

Im vorherigen Kapitel wurde gezeigt, dass ein FKP-Ansatz realisiert werden konnte, der in seiner Leistungsfähigkeit insgesamt vergleichbar ist mit der kommerziellen VRS-Realisierung VRS<sup>3</sup>Net. Im nächsten Schritt wird nun versucht, eine ähnlich gute Roverpositionierung mit der preisgünstigen Einfrequenzausrüstung von ublox zu erreichen. Es handelt sich dabei um einen Empfänger vom Typ Antaris AEK-4T mit einer Antenne vom Typ ANN-MS, die um eine Grundplatte erweitert wurde (Kapitel 7.4). Durch die verschiedenen Testmessungen und Auswertungen, die zur Auswahl der eben genannten Ausrüstung geführt haben, ist sichergestellt, dass sie prinzipiell ähnlich leistungsfähig ist wie geodätische Einfrequenzsensoren.



Allerdings liefert der ublox-Empfänger gelegentlich halbe Phasensprünge. (Schwieger und Wanninger, 2006) berichteten, dass bei Navigationsempfängern mit diesem Phänomen gerechnet werden muss. Wenn halbe Phasensprünge auftreten, muss außerdem davon ausgegangen werden, dass es halbe (Anfangs-) Mehrdeutigkeiten gibt. Um dieser Problematik gerecht zu werden, gibt es zwei Möglichkeiten. Treten halbe Phasensprünge und Mehrdeutigkeiten nur selten auf, kann das Problem ausschließlich durch strenge Festsetzungskriterien behandelt werden. Diese müssen sicherstellen, dass eine Mehrdeutigkeit, die aus einer Ganzzahl plus  $\frac{1}{2}$  besteht (N,5), nicht auf eine Ganzzahl festgesetzt wird. Enthalten die Beobachtungen häufig halbe Phasensprünge und Mehrdeutigkeiten, so muss die L1-Wellenlänge halbiert werden. Dies führt einerseits zu einer Verdopplung der Mehrdeutigkeit, d.h. sie ist anschließend in jedem Fall ganzzahlig. Andererseits impliziert die Halbierung der Wellenlänge ein deutliches Absinken der Festsetzungsquote. Darüber hinaus besteht die Gefahr, dass eine Mehrdeutigkeit, die bei voller Wellenlänge einen float-Wert von ca. N,5 hat, um 0,5 Zyklen falsch festgesetzt wird. Bei den verwendeten ublox-Empfängern tritt das Problem der halben Phasensprünge im Allgemeinen nur selten auf, im Besonderen jedoch gehäuft im Zusammenhang mit Beugungsproblemen. Diese Besonderheit wurde bereits durch strengere SNR-Referenzfunktionen für die ublox-Ausrüstung berücksichtigt (Kapitel 8.2). Des Weiteren wurden die ublox-Stationen in der Auswertung nicht gesondert behandelt. In der Phasenverarbeitung wurden halbe Phasensprünge also nicht repariert, stattdessen wurden neue Mehrdeutigkeiten aufgesetzt. Auch bei der Mehrdeutigkeitsbestimmung blieben die Berechnungsoptionen unverändert, da die Festsetzungskriterien ohnehin sehr streng gewählt wurden, um falsche Festsetzungen zu vermeiden. Diese Vorgehensweise wird durch insgesamt sehr gute Positionierungsergebnisse bestätigt.

Tab. 8.14: Sessionen-Statistik für FKP und preisgünstige Einfrequenz-Roverstationen bei einer a-priori-Luftfeuchte von 50%. Die erste und die letzte Zeile beziehen sich auf alle Sessionen, alle anderen nur auf Sessionen mit guter Qualität.

	2001	5001	8001
Gesamtanzahl der Sessionen	720	720	720
Anzahl der Sessionen in Statistik	712	705	673
DD-Mehrdeutigkeiten pro Session ( $\emptyset$ )	6,82	6,83	5,77
Festgesetzte DD-Mehrdeutigkeiten pro Session ( $\emptyset$ )	6,80	6,80	5,74
Erfolgsquote der Mehrdeutigkeitsfestsetzung ( $\emptyset$ )	99,71%	99,56%	99,38%
Falsche Mehrdeutigkeitsfestsetzungen	0	0	0
Sessionen mit Lageausreißern ( $\Delta > 20$ mm)	1	1	5
Größter Lageausreißer [mm]	23,3	27,4	25,9
Sessionen mit Höhenausreißern ( $\Delta > 60$ mm)	1	0	2
Größter Höhenausreißer (Absolutbetrag) [mm]	62,0	-	67,0
Anzahl der einwandfreien Sessionen	710	704	667
Einwandfreie Sessionen bezogen auf Gesamtanzahl	98,61%	97,78%	92,64%

Vergleichsmaßstab ist dabei die Roverpositionierung mittels FKP unter Verwendung der simulierten Einfrequenzstationen, da es sich hierbei im Prinzip um geodätische GPS-Sensoren handelt und außerdem die Auswertesoftware und die Netz-RTK-Korrekturen identisch sind. Die Erfolgsquote der Mehrdeutigkeitsfestsetzung ist nur geringfügig kleiner als diejenige der geodätischen Ausrüstung (Tab. 8.14 und 8.12). Dieser Nachteil wird jedoch mehr als kompensiert dadurch, dass der ublox-Empfänger durchschnittlich mehr Satelliten beobachtet hat. Diese Tatsache erklärt sich dadurch, dass das Trackingverhalten geodätischer Empfänger „konservativ“ ausgelegt ist (Butsch und Kipka, 2004). Die Verwendung bzw. Speicherung von empfangenen Signalen wird bei einem Qualitätsabfall also eher verweigert als bei einem Navigationsempfänger. Auch in Bezug auf detektierte Ausreißer schneidet die ublox-Positionierung etwas besser ab. Schlussendlich ist die Anzahl einwandfreier Sessionen auf den Stationen 200 und 500 gleichwertig (ca. 98%). Auf der Station 800 sind aufgrund der größeren Anzahl beobachteter Satelliten deutlich mehr Sessionen einwandfrei als zuvor (ca. 93% anstelle von ca. 89%).

Die Ergebniskoordinaten der Roverpositionierung besitzen eine sehr gute Lagegenauigkeit sowie eine gute Höhengenaugkeit (Tab. 8.15). Der Vergleich mit der qualitativ hochwertigen, geodätischen Ausrüstung bzw. mit der Tabelle 8.13 zeigt, dass deren Genauigkeitsniveau nicht ganz erreicht wird. Das gilt insbesondere für die Wiederholgenauigkeit, die für die preisgünstigen Einfrequenzsensoren durchgängig etwas schlechter ausfällt. Das deutet darauf hin, dass diese stärker von Mehrwegefehlern betroffen sind. Letztlich beträgt der RMS weniger als 1 cm in der Lage sowie 1 bis 2 cm in der Höhe. Bezogen auf die geodätische Ausrüstung ergibt sich ein Genauigkeitsabfall von  $\leq 1$  mm.

Tab. 8.15: Genauigkeitskenngrößen für FKP und preisgünstige Einfrequenz-Roverstationen bei einer a-priori-Luftfeuchte von 50%; basierend ausschließlich auf Sessionen mit guter Qualität.

	2001			5001			8001		
	N	O	H	N	O	H	N	O	H
Bias [mm]	3,1	-0,0	8,0	0,7	1,6	-11,1	2,9	-0,5	-10,2
RMS [mm]	5,1	3,2	11,8	4,6	3,7	14,7	6,0	4,0	16,7
s [mm]	4,1	3,2	8,8	4,5	3,3	9,5	5,2	4,0	13,3

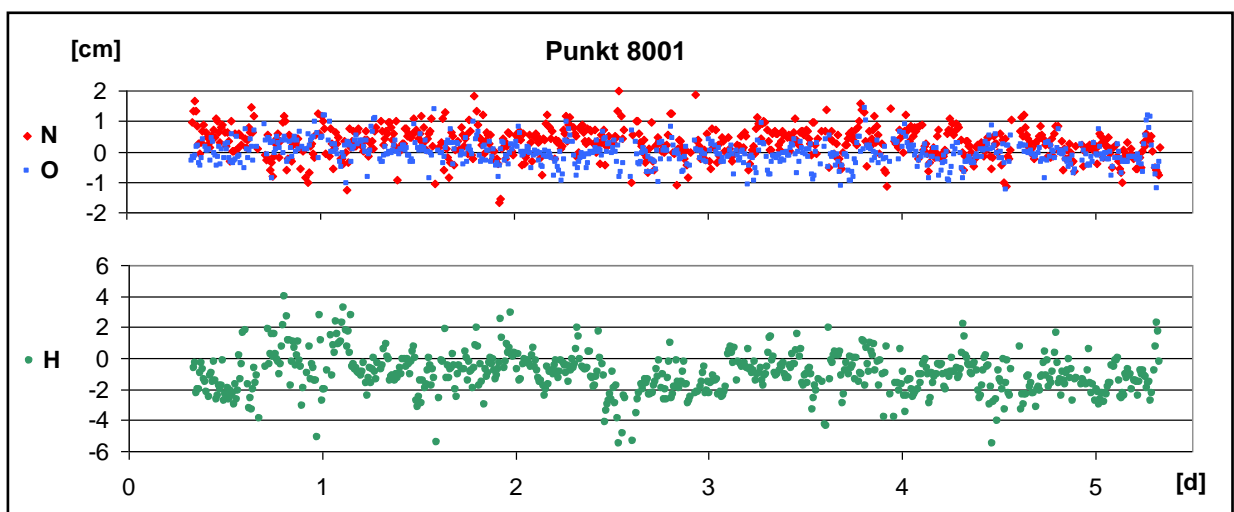
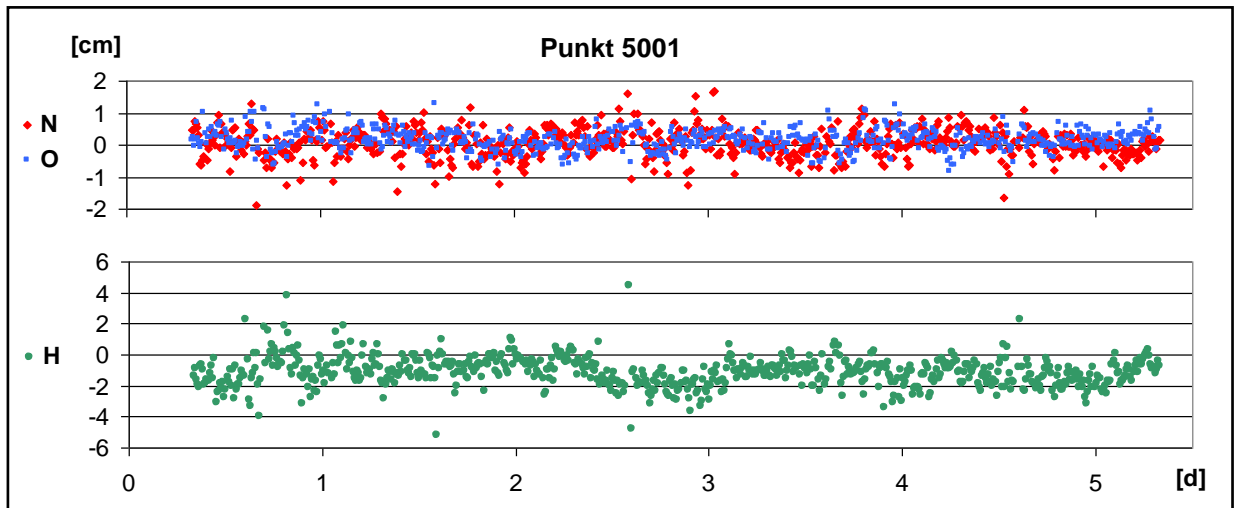
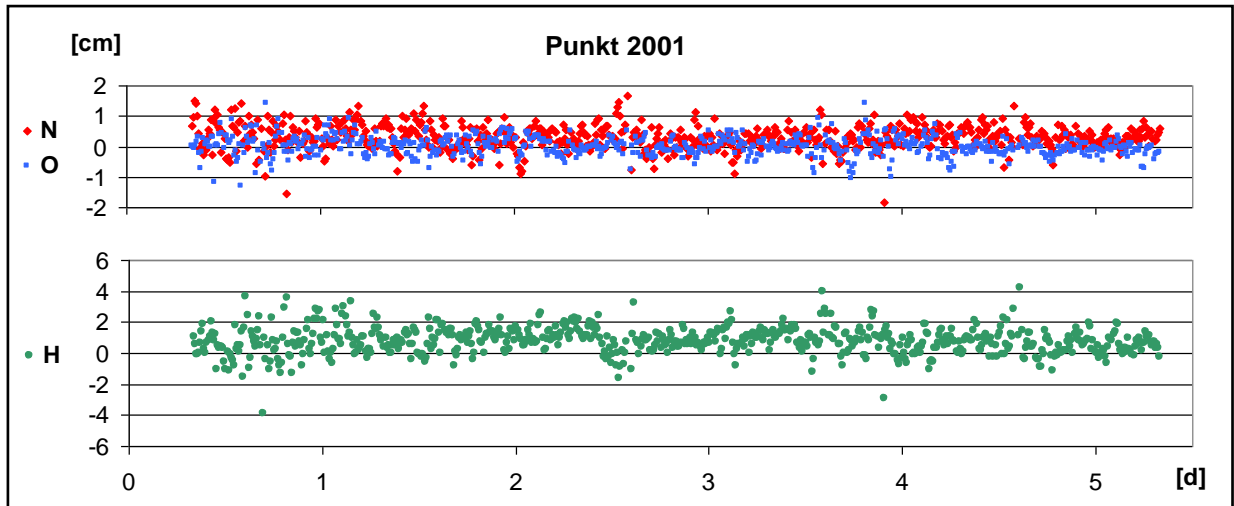


Abb. 8.9: FKP und preisgünstige Einfrequenz-Roverstationen bei einer a-priori-Luftfeuchte von 50%:  
Residuen in Bezug auf die Referenzkoordinaten in den Koordinatenkomponenten  
Nord, Ost und Höhe; die Zeitreihen beginnen am 03.11.2009 um 12:00.

---

## 8.8 Weitere Auswertevarianten

In diesem Kapitel sind einige Auswerteansätze zusammengestellt, die ausprobiert wurden, da sie theoretisch vielversprechend waren. Sie kamen nicht zum Einsatz, da sie letztlich weniger erfolgreich waren als die in Kapitel 8.7 dokumentierte FKP-Realisierung.

### 8.8.1 Troposphärenmodellierung auf Grundlage meteorologischer Messungen

Brunner und Tregoning zeigten bereits 1994, dass eine Troposphärenmodellierung alleine auf Grundlage von meteorologischen Messwerten nicht sinnvoll ist (Brunner und Tregoning, 1994). In der vorliegenden Konstellation sind die a-priori-Troposphärenkorrekturen von zentraler Bedeutung für die Genauigkeit der geschätzten Roverhöhe (Kapitel 8.6 und 8.7). Deshalb liegt der Gedanke nahe, die a-priori-Troposphärenkorrekturen auf Grundlage von meteorologischen Messwerten zu berechnen. Messwerte liegen allerdings ausschließlich auf den drei Roverstationen vor. Durch einen Sensorvergleich und den daraus abgeleiteten Korrekturen wurde sichergestellt, dass es keine systematischen Fehler in den Messwertdifferenzen gibt. Für Temperatur und Luftdruck ist anschließend die Berechnung von plausiblen Werten für die Referenzstationen mittels der Messungen auf den Roverstationen und der Formeln (4.25a) und (4.25b) möglich. Die Luftfeuchte für die Referenzstationen wurde linear und höhenabhängig aus den korrigierten Messwerten der Stationen 200 und 500 extrapoliert. Dieses Vorgehen ist wegen der starken örtlichen Variationen des Wasserdampfgehaltes nur bedingt sinnvoll und geschah ausschließlich mangels besserer Alternativen. Bei der Mehrdeutigkeitsfestsetzung im Referenzstationsnetz ergaben sich nur sehr geringe Unterschiede zu den anderen FKP-Varianten. Der anschließende Soll-Ist-Vergleich der troposphärischen und ionosphärischen Korrekturen ergab, dass diese auf allen drei Roverstationen schlechter reproduziert wurden als bei der FKP-Variante mit einer relativen Luftfeuchte von 50%. Die Troposphärenmodellierung auf Grundlage meteorologischer Messungen hat sich also nicht bewährt. Sie leidet allerdings auch stark unter den fehlenden Messwerten auf den Referenzstationen.

### 8.8.2 Kalman-Filterung des relativen ZPD-Parameters

Die alternative Berechnung der geometrischen bzw. troposphärischen Korrektur gemäß (6.9) im Referenzstationsnetz beruht auf dem relativen ZPD-Parameter. Er kann von der Applikation *AmbRes* für die Dauer einer Beobachtungsdatei berechnet werden. Da im vorliegenden Fall die Sessionsdauer zehn Minuten beträgt, ist der Schätzwert trotz quasi-fixierter Referenzstationskoordinaten nur bedingt genau bzw. verlässlich. Deswegen gibt es die Möglichkeit, den Schätzwert der aktuellen Session mit denen der vorherigen Sessionen gewichtet zu mitteln. Dieser Mittelwert wird anschließend verwendet, um sowohl die troposphärische Korrektur der Doppeldifferenz zu berechnen als auch die Mehrdeutigkeitsfestsetzung der nachfolgenden Session zu verbessern. Als elegante Alternative zur eben beschriebenen Vorgehensweise bietet sich die Kalman-Filterung geradezu an, da sie eine Prädiktion und die anschließende Filterung auf Grundlage vorhandener Messwerte implizit beinhaltet. Deswegen wurde eine Kalman-Filterung des relativen ZPD-Parameters implementiert. Der Zustands-

---

vektor enthält den relativen ZPD-Parameter sowie seine Geschwindigkeit. Außerdem wird in der Bewegungsgleichung eine Störbeschleunigung mit dem fiktiven Wert Null berücksichtigt (Niemeier, 2002). In der Messgleichung wird der Schätzwert des relativen ZPD-Parameters aus der Basislinienauswertung als direkte Beobachtung verwendet. Das Prädiktions- und Konvergenzverhalten des Filters wird über die Varianz der Störbeschleunigung gesteuert. In mehreren Versuchsläufen über alle Sessionen wurden verschiedene Werte für diese Varianz getestet; d.h. der prädizierte relative ZPD-Parameter wurde benutzt, um die Festsetzung der Mehrdeutigkeiten im Referenzstationsnetz zu unterstützen. Allerdings führte keiner der Versuchsläufe zu einer Erhöhung der durchschnittlichen Festsetzungsquote. Es ist nicht auszuschließen, dass weitere Veränderungen im Filterdesign zum Erfolg geführt hätten. Darauf wurde jedoch verzichtet, da der einfache Ansatz eines gewichteten Mittelwerts bereits sehr gute Ergebnisse lieferte.

### **8.8.3 Schätzung von relativen ZPD-Parametern auf den Roverstationen**

Flächenkorrekturparameter werden verwendet, um Korrekturen für die Roverbeobachtungen bereitzustellen. Weicht die Höhe des Rovers stark vom Höhenniveau der Referenzstationen ab, so ist dabei zu befürchten, dass die troposphärische Korrektur systematisch verfälscht ist. Diese Problematik kann nachträglich behandelt werden, indem auf den Roverstationen zusätzlich zu den Koordinaten noch ein relativer ZPD-Parameter geschätzt wird. Eine Pseudo-Beobachtungsgleichung sowie eine sehr geringe a-priori-Varianz für diesen Parameter müssen dafür sorgen, dass er nur wenig von seinem a-priori-Wert Null abweicht. Anderenfalls ist eine sinnvolle, gleichzeitige Schätzung von Koordinaten und Troposphärenparameter nicht möglich. Ist die troposphärische Korrektur systematisch verfälscht, der entsprechende Bias also groß, so führt dieses Vorgehen tatsächlich zu einer spürbaren Verbesserung insbesondere der Höhenkomponente (Variante mit höhenabhängiger a-priori-Luftfeuchte bzw. Kapitel 8.6). Ist der Bias der troposphärischen Korrektur gering, so ergibt sich eine leichte Verschlechterung der Ergebniskoordinaten (Variante mit konstanter a-priori-Luftfeuchte bzw. Kapitel 8.7).

## **8.9 Ausführliche Analyse der Höhenzeitreihen**

Im Kapitel 8.7 wurde gezeigt, dass der letztlich realisierte FKP-Ansatz zu Roverkoordinaten führt, die eine sehr gute Lagegenauigkeit sowie eine gute Höhengenaugkeit besitzen. Im Zusammenhang mit Kapitel 8.6. wird jedoch auch deutlich, dass es zu einem Bias in der berechneten Roverhöhe kommen kann, falls diese deutlich vom Höhenniveau des Referenzstationsnetzes abweicht. Die durch Parameterschätzung bestimmte Roverhöhe wird deshalb im Folgenden untersucht. Dabei werden die Ursachen des Höhenbiases ausführlich analysiert. Darüber hinaus wird auch auf die Wiederholgenauigkeit der Höhenzeitreihen eingegangen. Als Fehlerquellen für den Höhenbias kommen im Wesentlichen die Interpolationsfehler der troposphärischen und ionosphärischen Korrekturen in Betracht, wobei die bisherigen Ergebnisse deutlich darauf hinweisen, dass der Bias der Höhenzeitreihen hauptsächlich durch Interpolationsfehler der troposphärischen Korrektur verursacht wird. Für die Wiederholge-

nauigkeit spielen darüber hinaus das Messrauschen sowie Mehrwegefehler eine Rolle. Von eher untergeordneter Bedeutung dürften Resteffekte von Beugungsfehlern und der Antennenkalibrierung sowie Bahnfehler sein.

### 8.9.1 Interpolation und Soll-Ist-Vergleich des relativen ZPD-Parameters

Die Güte der atmosphärischen Korrekturen wurde bereits anhand von Bias und RMS der Doppeldifferenzkorrekturen analysiert (Tab. 8.7 und 8.11). Um die Auswirkung von Fehlern in der troposphärischen Doppeldifferenzkorrektur auf die Roverhöhe zu simulieren, wird im Folgenden die Auswirkung von Fehlern des interpolierten relativen ZPD-Parameters auf die Roverhöhe untersucht. Die Interpolation der Zenitkorrektur wurde in der Software zwar nicht implementiert, d.h. sie wurde in der Auswertung nicht verwendet. Dennoch ist diese Vorgehensweise gerechtfertigt, da (Wanninger, 2000) zeigte, dass beide Varianten der geometrischen Korrektur (Interpolation der Doppeldifferenzkorrekturen bzw. der Zenitkorrektur) weitgehend äquivalente Ergebnisse liefern. Darüber hinaus ist sie sinnvoll, weil sie mit einer erheblichen Vereinfachung verbunden ist. Anstatt die Wirkung mehrerer troposphärischer Doppeldifferenzkorrekturen auf die Roverhöhe untersuchen zu müssen, genügt es nun, die Wirkung eines einzigen Troposphärenparameters zu analysieren. Des Weiteren ist gemäß der Formel (5.2) der Zusammenhang zwischen einem Fehler in der relativen Zenitkorrektur und dem daraus resultierenden Höhenfehler in guter Näherung bekannt.

Die relativen ZPD-Parameter des Referenzstationsnetzes werden durch Parameterschätzung der entsprechenden Basislinien bestimmt. In die Parameterschätzung geht zunächst sein a-priori-Wert in Form von Beobachtungskorrekturen ein. Schätzergebnis ist der Restanteil bzw. der Zuschlag des relativen ZPD-Parameters. Da er sich auf eine Beobachtungsdauer von nur zehn Minuten bezieht, wird er mit den Zuschlägen der vorherigen Sessionen gewichtet gemittelt. Anschließend wird er durch eine Ebenengleichung interpoliert und mit dem a-priori-Wert des relativen ZPD-Parameters, der sich für die Roverstation ergibt, addiert.

Auswertung 1: Die a priori Luftfeuchte ist höhenabhängig		Auswertung 2: Die a priori Luftfeuchte ist konstant 50%	
<p><b>0460</b>  <math>\Delta ZPD_0</math> +0,6 mm  <math>\Delta zpd_{est}</math> +1,4 mm  <math>\Delta ZPD</math> 2,0 mm</p>	<p><b>0452</b>  <math>\Delta ZPD_0</math> -8,2 mm  <math>\Delta zpd_{est}</math> +1,1 mm  <math>\Delta ZPD</math> -7,1 mm</p>	<p><b>0460</b>  <math>\Delta ZPD_0</math> +0,6 mm  <math>\Delta zpd_{est}</math> +1,4 mm  <math>\Delta ZPD</math> 2,0 mm</p>	<p><b>0452</b>  <math>\Delta ZPD_0</math> -7,0 mm  <math>\Delta zpd_{est}</math> -0,1 mm  <math>\Delta ZPD</math> -7,1 mm</p>
<p><b>500</b>  <math>\Delta ZPD_0</math> -115,9 mm  <math>\Delta zpd_{appr}</math> +2,3 mm  <math>\Delta ZPD</math> -113,6 mm</p>	<p><b>800</b>  <math>\Delta ZPD_0</math> -205,5 mm  <math>\Delta zpd_{appr}</math> +2,0 mm  <math>\Delta ZPD</math> -203,5 mm</p>	<p><b>500</b>  <math>\Delta ZPD_0</math> -102,3 mm  <math>\Delta zpd_{appr}</math> +1,9 mm  <math>\Delta ZPD</math> -100,4 mm</p>	<p><b>800</b>  <math>\Delta ZPD_0</math> -185,5 mm  <math>\Delta zpd_{appr}</math> +1,7 mm  <math>\Delta ZPD</math> -183,8 mm</p>
<p><b>0448</b>  <math>\Delta ZPD_0</math> -6,9 mm  <math>\Delta zpd_{est}</math> +4,8 mm  <math>\Delta ZPD</math> -2,1 mm</p>	<p><b>200</b>  <math>\Delta ZPD_0</math> -22,7 mm  <math>\Delta zpd_{appr}</math> +1,6 mm  <math>\Delta ZPD</math> -21,1 mm</p>	<p><b>0448</b>  <math>\Delta ZPD_0</math> -5,9 mm  <math>\Delta zpd_{est}</math> +3,8 mm  <math>\Delta ZPD</math> -2,1 mm</p>	<p><b>200</b>  <math>\Delta ZPD_0</math> -19,5 mm  <math>\Delta zpd_{appr}</math> +1,5 mm  <math>\Delta ZPD</math> -18,0 mm</p>
<p><b>KLOP</b>  <math>\Delta ZPD = 0</math> mm</p>		<p><b>KLOP</b>  <math>\Delta ZPD = 0</math> mm</p>	

Abb. 8.10: Interpolation des relativen ZPD-Parameters in Abhängigkeit von der relativen Luftfeuchte.

Die Abbildung 8.10 zeigt am Beispiel einer 10-minütigen Session detailliert auf, wie sich dabei die Wahl der relativen a-priori-Luftfeuchte auf die Roverhöhe auswirkt. In der linken Abbildungshälfte ist die Interpolation des relativen ZPD-Parameters dargestellt, die sich bei einer höhenabhängigen relativen a-priori-Luftfeuchte gemäß (4.25c) ergibt. Die in der rechten Abbildungshälfte gezeigten Berechnungswerte basieren auf einer relativen a-priori-Luftfeuchte von 50%. Die a-priori-Werte des ZPD-Parameters auf den Stationen wurden mit dem Modell von Saastamoinen berechnet. Der relative ZPD-Parameter in Bezug auf die zentrale Referenzstation Kloppenheim hat die Abkürzung  $\Delta ZPD_0$ . Auf den Referenzstationen wird durch Verrechnung mit dem geschätzten Zuschlag  $\Delta zpd_{est}$  sein Gesamtwert  $\Delta ZPD$  erhalten. Anstelle des geschätzten Zuschlages tritt auf den Roverstationen der interpolierte Zuschlag  $\Delta zpd_{appr}$ . Auf den Referenzstationen, deren Höhenniveau weitgehend einheitlich ist (Abb. 8.1), ergeben sich bei vergleichender Betrachtung der beiden Auswertungen nur geringe Abweichungen für die a-priori-Werte und ihre Zuschläge, der Gesamtwert ist stets identisch. Für die Roverstationen ergibt sich eine andere Situation. Zwar differieren auch hier die interpolierten Zuschläge  $\Delta zpd_{appr}$  nur geringfügig. Die a-priori-Werte und somit der Gesamtwert weichen jedoch mit zunehmender Höhe stark voneinander ab. Spürbare Unterschiede im Gesamtwert des relativen ZPD-Parameters haben ihre Ursache also ausschließlich in den verwendeten a-priori-Werten bzw. letztlich in der a-priori-Luftfeuchte. Im Falle der Roverstation 800 differieren die relativen ZPD-Parameter um ca. 2 cm, was gemäß der Näherungsformel (5.2) zu einer Differenz in der Roverhöhe von rund 6 cm führt. Die a-priori-Troposphärenkorrektur der Roverbeobachtungen ist also von zentraler Bedeutung für die Roverhöhe, falls diese stark vom Höhenniveau des Referenzstationsnetzes abweicht.

In der Abbildung 8.11 sind die Soll- und Ist-Zeitreihen des relativen ZPD-Parameters für die drei Roverstationen dargestellt. Es gibt zwei verschiedene Realisierungen des Sollwertes. Für die gesamte Zeitdauer von fünf Tagen liegen Sollwerte aus der Berner GPS Software (Soll BSW) vor. Es handelt sich dabei um stetige Geradenstücke über jeweils zwei Stunden. Darüber hinaus wurden Sollwerte mittels der Applikation *AmbRes* und einer Zweifrequenzauswertung bestimmt (Soll *AmbRes*), wobei der relative ZPD-Parameter anschließend mit den Schätzwerten der vorherigen Sessionen gewichtet gemittelt wurde. Die Berechnung dieser Sollwerte ist somit streng konsistent mit der zuvor beschriebenen Berechnung der Istwerte. Allerdings liegen sie aufgrund von Signalstörungen auf der Station 800 nur für zwei Tage vor (Kapitel 8.5.2). Zunächst lässt sich eine gute Übereinstimmung zwischen den Sollwerten feststellen, was zu erwarten war, da die Beobachtungen und die Stationskoordinaten identisch sind. In Abhängigkeit von der relativen a-priori-Luftfeuchte  $F$  ergeben sich interpolierte ZPD-Parameter bzw. Istwerte in zwei Varianten (Ist mit  $F = f_{(H)}$  sowie Ist mit  $F = 50\%$ ). Bei einer relativen Luftfeuchte von konstant 50% stimmen die Istwerte für alle drei Roverstationen besser mit den Sollwerten überein als bei einer höhenabhängigen a-priori-Luftfeuchte. Für die Roverstation 200 fällt dieser Effekt gering aus. Er nimmt jedoch mit zunehmender Roverhöhe bzw. mit zunehmender Differenz der Roverhöhe zum Höhenniveau des Referenzstationsnetzes zu und erreicht seine maximale Ausprägung auf der Roverstation 800.



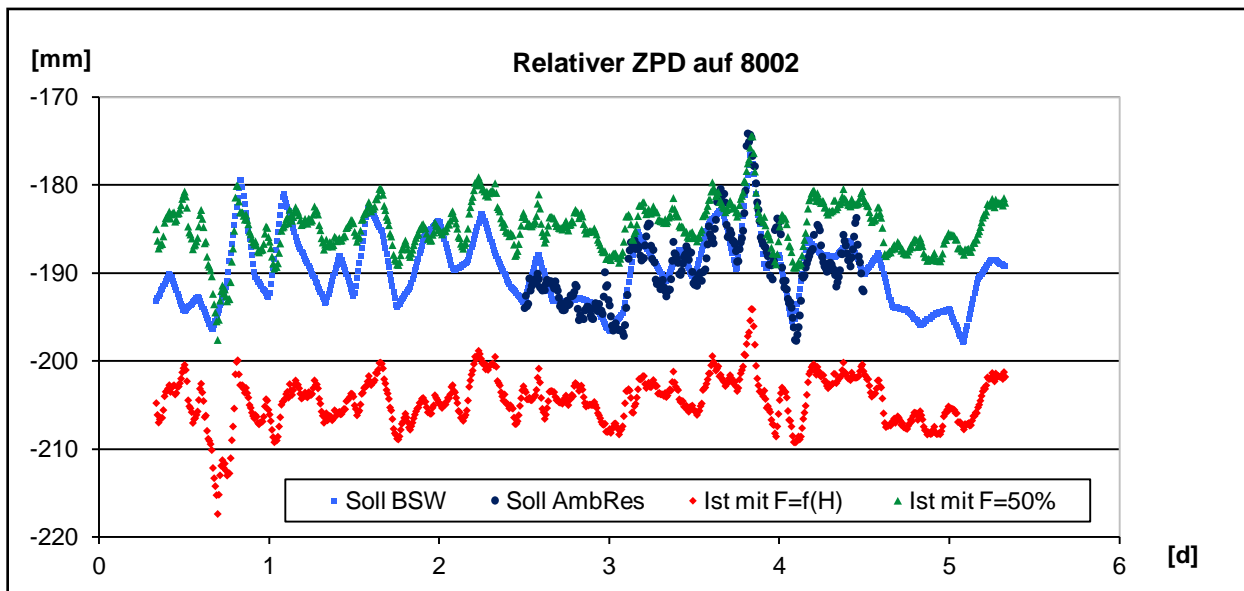
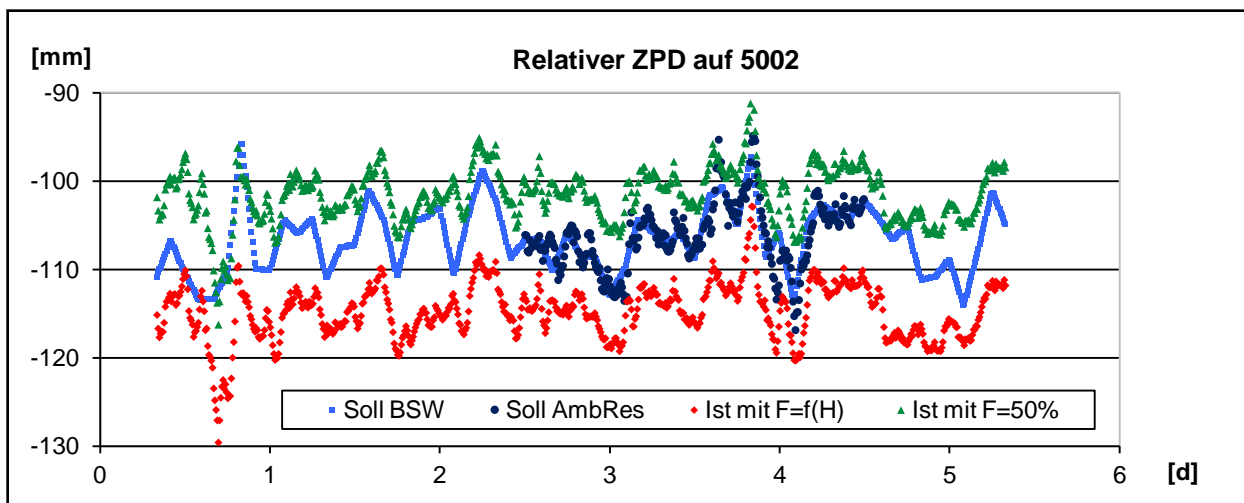
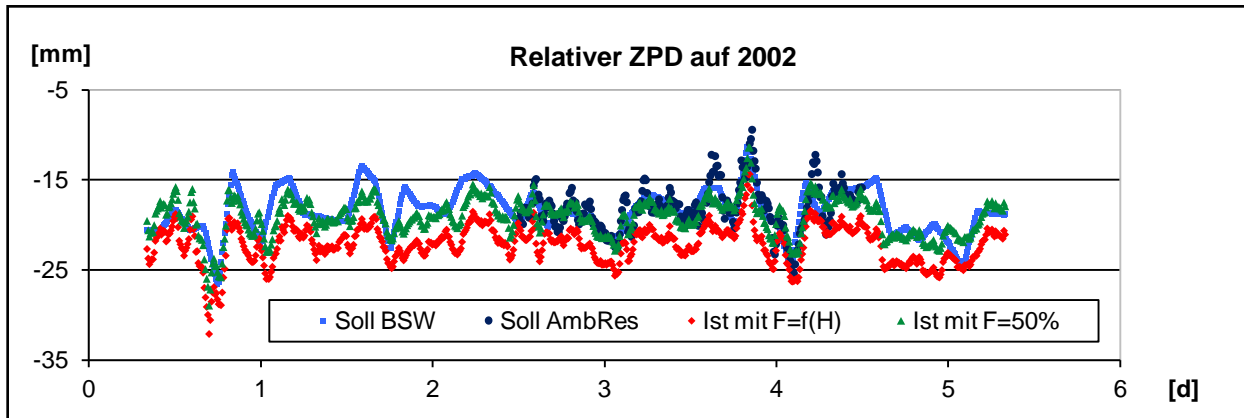


Abb. 8.11: Soll- und Istwerte des relativen ZPD-Parameters auf den Roverstationen; die Zeitreihen beginnen am 03.11.2009 um 12:00. Die Ist-Zeitserien unterscheiden sich praktisch ausschließlich durch einen Bias. Unabhängig von der Wahl der Soll-Zeitreihe ist die Wiederholgenauigkeit also in beiden Varianten identisch. Die Richtigkeit und Genauigkeit hingegen sind in der Variante mit einer höhenunabhängig konstanten a-priori-Luftfeuchte von 50 % (Ist mit  $F = 50\%$ ) deutlich besser.



### 8.9.2 Richtigkeit der Höhenzeitreihen

Im vorherigen Kapitel haben sich die bereits bestehenden Hinweise darauf, dass der Bias der Höhenzeitreihen hauptsächlich durch Interpolationsfehler der troposphärischen Korrektur verursacht wird, weiter verdichtet. Im Folgenden werden die Ursachen des Roverhöhenbiases numerisch untersucht, wobei auch Interpolationsfehler der ionosphärischen Korrekturen beachtet werden. Dabei wird auf die kurzen Zeitreihen, die nur für 48 Stunden vorliegen, zurückgegriffen, weil eine strenge Konsistenz in der Berechnung der Soll- und Istwerte für den relativen ZPD-Parameter nur für diese Zeitreihen gewährleistet ist (Kapitel 8.9.1). Außerdem sind, wie sich noch zeigen wird, auch die Fehler der atmosphärischen Doppeldifferenzkorrekturen, die ebenfalls nur für diese zwei Tage verfügbar sind, von Bedeutung. Auch sie stammen aus Soll-Ist-Vergleichen. Die Trennung nach Fehlerursachen bei der Berechnung der Sollwerte ist ausschließlich für Zweifrequenzauswertungen möglich. Deshalb basiert die Untersuchung des Höhenbiases auf simulierten Einfrequenz-Roverstationen.

In der Tabelle 8.16 sind alle Biase zusammengestellt, die für die nachfolgende Analyse relevant sind. Der Bias der relativen ZPD-Korrektur stammt aus dem entsprechenden Soll-Ist-Vergleich, der im vorherigen Kapitel beschrieben wurde. Die Biase der ersten vier Spalten stammen im Prinzip aus der Auswertung der simulierten Einfrequenz-Roverstationen, wobei beide Varianten für die relative a-priori-Luftfeuchte enthalten sind. Sie können geringfügig von der bisherigen Darstellung abweichen (Tab. 8.7, 8.9, 8.11 und 8.13), da sie durch Auswertung der 48h-Zeitreihen gewonnen wurden und außerdem ausschließlich Sessionen guter Qualität berücksichtigt wurden (die entsprechenden Kriterien finden sich in Kapitel 8.5.2).

Tab. 8.16: Zusammenstellung der auf den Roverstationen ermittelten Biase in [mm] in Abhängigkeit von der relativen a-priori-Luftfeuchte  $F$ .

	Bias der L1-Korr.	Bias der iono. Korr.	Bias der tropo. Korr.	Bias der Roverhöhe	Bias der relativen ZPD-Korrektur
2002 ( $F=50\%$ )	3,4	3,0	0,4	7,7	0,4
5002 ( $F=50\%$ )	-5,6	1,1	-6,7	-14,1	-5,7
8002 ( $F=50\%$ )	-4,2	1,3	-5,5	-12,6	-5,4
2002 ( $F=f_{(H)}$ )	6,8	3,0	3,8	16,3	3,4
5002 ( $F=f_{(H)}$ )	9,9	1,1	8,8	23,4	7,6
8002 ( $F=f_{(H)}$ )	15,3	1,4	13,9	39,8	14,2

Mit den nun vorliegenden Biasen wird in der Tabelle 8.17 der Versuch unternommen, das Zustandekommen des Höhenbiases zu erklären. In der ersten Spalte wird der Bias der troposphärischen Doppeldifferenzkorrektur durch den Bias der relativen ZPD-Korrektur dividiert. Da wegen des FKP-Ansatzes der Referenzsatellit aller Basislinien identisch ist und auch die Satellitenelevationen weitestgehend identisch sind, sollte dieser Quotient aufgrund

der Formel (6.9) in guter Näherung konstant sein. Das ist tatsächlich der Fall; des Weiteren ist aufgrund der Näherungsformel (5.2) bekannt, dass es einen linearen Zusammenhang zwischen einem Fehler in der relativen ZPD-Korrektur und dem daraus resultierenden Höhenfehler gibt. Daraus folgt unmittelbar, dass es in guter Näherung einen linearen Zusammenhang zwischen dem Bias der troposphärischen Doppeldifferenzkorrektur und dem Höhenbias gibt. Sollte das auch für den Bias der ionosphärischen Korrektur gelten, so gäbe es auch zwischen dem Bias der L1-Doppeldifferenzkorrektur und dem Bias der Roverhöhe einen linearen Zusammenhang, da alle anderen Fehlerquellen über einen Zeitraum von 48 Stunden praktisch keine Rolle spielen. Der entsprechende Quotient wurde in der zweiten Tabellenspalte berechnet und ist in guter Näherung konstant; d.h. auch ein Bias in der ionosphärischen Korrektur wirkt sich in guter Näherung linear auf die Roverhöhe aus.

Tab. 8.17: Zusammenhänge zwischen den Biasen der Tabelle 8.16;  
eine ausführliche Erläuterung findet sich im Text.

	$\frac{Bias_{tropo\text{-}Korr}}{Bias_{\Delta ZPD-Korr}}$	$\frac{Bias_{Roverhöhe}}{Bias_{L1-Korr}}$	Iono. Anteil Höhenbias [mm]	Tropo. Anteil Höhenbias [mm]	$\frac{Höhenbias_{tropo}}{Bias_{\Delta ZPD-Korr}}$
2002 (F=50%)	1,0	2,3	6,5	1,2	3,0
5002 (F=50%)	1,2	2,5	2,4	-16,5	<b>2,9</b>
8002 (F=50%)	1,0	3,0	2,9	-15,5	<b>2,9</b>
2002 (F=f <sub>(H)</sub> )	1,1	2,4	6,5	9,8	<b>2,9</b>
5002 (F=f <sub>(H)</sub> )	1,2	2,4	2,5	20,9	<b>2,8</b>
8002 (F=f <sub>(H)</sub> )	1,0	2,6	3,1	36,7	<b>2,6</b>

Die Roverstation 2002 hat in der Variante mit konstanter a-priori-Luftfeuchte einerseits fast keinen Bias in der troposphärischen Korrektur, andererseits ist der Bias in der ionosphärischen Doppeldifferenzkorrektur mit 3,0 mm maximal. Damit ergibt sich nun eine sehr gute Möglichkeit, die Ursachen des Höhenbiases zu trennen. Die eben erwähnte Roverstation befindet sich in der Tabelle 8.17 in der ersten Zeile. Aufgrund der Formel (5.2) wird angenommen, dass 1,2 mm des Höhenbiases auf den Bias der Troposphärenkorrektur zurückzuführen sind, d.h. 6,5 mm werden durch den Bias der Ionosphärenkorrektur verursacht (Spalten 5 bis 3 in der ersten Tabellenzeile). Dabei ist es aufgrund des sehr geringen Biases der Troposphärenkorrektur praktisch ohne Bedeutung, dass (5.2) nur eine Näherungsformel ist. Verursacht also ein Bias in der ionosphärischen Doppeldifferenzkorrektur von 3,0 mm einen Bias in der Roverhöhe von 6,5 mm, so beträgt der entsprechende Quotient ca. 2,2. Dieser wurde in der dritten Spalte angewendet, um den Anteil des Höhenbiases abzuschätzen, der durch den Bias der Ionosphärenkorrektur verursacht wird. Durch Subtraktion vom Bias der Roverhöhe aus der Tabelle 8.16 ergibt sich in der vierten Spalte der Anteil des Höhenbiases, der durch den Bias der Troposphärenkorrektur entsteht. In der letzten Spalte wird dieser durch den Bias der

---

relativen ZPD-Korrektur dividiert. Der entsprechende Quotient stimmt in guter Näherung mit dem Faktor 3 der Formel (5.2) überein. Der Bias in der Roverhöhe entsteht also tatsächlich nahezu ausschließlich durch die Biase der troposphärischen und ionosphärischen Doppel-differenzkorrekturen und ist somit weitestgehend erklärt.

### 8.9.3 Siderische Filterung der Höhenzeitreihen

Mit der siderischen Filterung kann die Auswirkung von Mehrwegefehler auf die geschätzten Koordinaten deutlich reduziert werden (Kapitel 3.2.4). Im Kapitel 7.5.8 wurde erläutert, dass bei Stationen, die zum Zwecke der Vulkanüberwachung in einer natürlichen Umgebung installiert werden, Mehrwegefehler vermutlich eher gering ausfallen. Daher wurde auf die Implementierung eines Programmes, das eine automatisierte siderische Filterung der Koordinatenzeitreihen realisiert, verzichtet. SAPOS-Referenzstationen sind i.d.R. auf Gebäude-dächern installiert und deswegen oft von starken Mehrwegefehlern betroffen (Wanninger et al., 2006). Das ist für die zentrale Referenzstation Kloppenheim zwar nicht der Fall. Dennoch muss beim Feldtest alleine aufgrund der im Kapitel 8.1 beschriebenen Umgebungen der Roverstationen mit spürbaren Mehrwegefehlern gerechnet werden. Da die Sessionsdauer zehn Minuten und die siderische Wiederholzeit 23 Stunden und 56 Minuten beträgt, wurden die Zeitreihen mittels Fourieranalyse zunächst auf ein Samplingintervall von einer Minute interpoliert. Danach liegen jeweils fünf Zeitreihen über den Zeitraum der siderischen Wiederholzeit vor. Durch Mittelung werden daraus die siderischen Korrekturzeitreihen bestimmt und diese werden anschließend an die Höhenzeitreihen angebracht.

### 8.9.4 Wiederholgenauigkeit der Höhenzeitreihen

Nachdem zuvor das Zustandekommen des Höhenbiases erklärt werden konnte, wird nun die Wiederholgenauigkeit der Höhenzeitreihen untersucht. Hauptfehlerquellen sind dabei die Fehler der troposphärischen und ionosphärischen Korrekturen sowie Mehrwegefehler und die Varianzfortpflanzung des Messrauschens. Letztere wird im Rahmen der Parameterschätzung in Form der Kovarianzmatrix der Unbekannten berechnet (Niemeier, 2002). Streng genommen gilt das zwar nur bei der Verwendung des a-priori-Varianzfaktors, der ausschließlich das Messrauschen repräsentiert. Unter der Annahme, dass der Unterschied zum a-posteriori-Varianzfaktor gering ist, liefert die Parameterschätzung jedoch zumindest eine plausible Varianzfortpflanzung. Gemäß Kapitel 8.5.2 beträgt die entsprechende Standardabweichung der Höhenkomponente ca. 1 mm.

Die Untersuchung der Wiederholgenauigkeit bezieht sich wiederum auf die 48h-Zeitreihen, da hierbei auch der Soll-Ist-Vergleich der relativen ZPD-Korrektur, der bereits im Kapitel 8.9.1 beschrieben wurde, von Bedeutung ist. Er liefert u.a. für jede Session die wahren Residuen  $\varepsilon_{\Delta ZPD-Korr}$ . Deren Standardabweichung findet sich in der ersten Spalte der Tabelle 8.18 und ist ein Maß für die Wiederholgenauigkeit der Troposphärenkorrektur. Die zweite Spalte enthält die Standardabweichung der wahren Höhenresiduen  $\varepsilon_{Höhe}$ . Im Gegensatz zur relativen ZPD-Korrektur ist der Sollwert der Roverhöhe konstant. Deshalb entsprechen die Standard-

abweichungen der Höhenresiduen denen der Höhenzeitreihen. Da sich die Untersuchung auf die 48h-Zeitreihen bezieht, ergeben sich geringe Abweichungen zu der bisherigen Darstellung (Tab. 8.9 und 8.13). Die dritte Spalte enthält die Standardabweichungen der siderisch gefilterten Höhenzeitreihen.

Tab. 8.18: Standardabweichungen der wahren Residuen der Höhen- und  $\Delta$ ZPD-Zeitreihen; eine ausführliche Erläuterung der Tabelle findet sich im Text.

	$s (\epsilon_{\Delta ZPD-Korr})$ [mm]	$s (\epsilon_{Höhe})$ [mm]	$s (\epsilon_{Höhe\ gefiltert})$ [mm]	$3 \times s (\epsilon_{\Delta ZPD-Korr})$ [mm]
2002 (F=50%)	1,6	7,9	6,8	4,8
5002 (F=50%)	2,0	8,1	7,3	6,0
8002 (F=50%)	3,2	11,3	9,5	9,6
2001 (F=50%)	1,6	8,4	7,0	4,8
5001 (F=50%)	2,0	8,9	7,9	6,0
8001 (F=50%)	3,2	13,1	10,2	9,6

In der letzten Spalte wurde gemäß der Näherungsformel (5.2) sowie den Erläuterungen zu der Abbildung 8.12 abgeschätzt, welche Höhenstandardabweichung sich alleine aufgrund der Wiederholgenauigkeit der Troposphärenkorrektur ergeben würde.

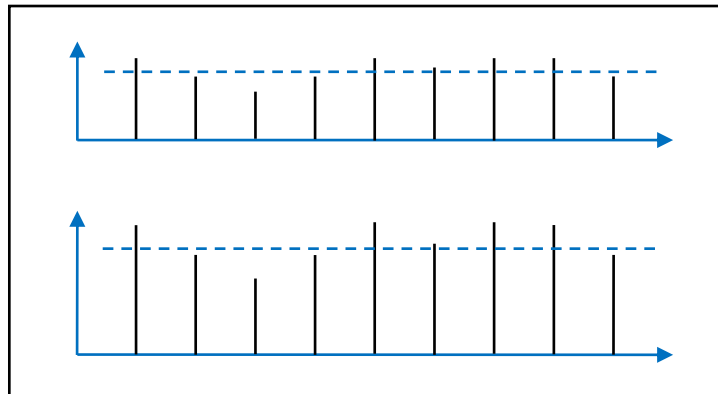


Abb. 8.12: Symbolisierung der wahren Residuen zweier Zeitreihen durch Striche, wobei die Residuen der unteren Zeitreihe linear abhängig sind von denen der oberen Zeitreihe. Der Residuenmittelwert, d.h. der Bias, ist durch die gestrichelte Linie dargestellt. Die lineare Abhängigkeit gilt auch für die Abweichungen vom Residuenmittelwert, d.h. für die Standardabweichung der wahren Residuen.

Im Kapitel 8.7.3 wurde gezeigt, dass eine grob falsche a-priori-Troposphärenmodellierung die Wiederholgenauigkeit der Roverpositionierung senkt, falls die Roverhöhe stark vom Höhen-niveau der Referenzstationen abweicht. Damit die nachfolgende Untersuchung von diesem Effekt möglichst nicht beeinflusst wird, enthält sie ausschließlich die Variante mit einer

---

relativen a-priori-Luftfeuchte von konstant 50%. Da im Hinblick auf den späteren Einsatz im Überwachungsgebiet die Wiederholgenauigkeit der preisgünstigen Einfrequenzausrüstung von großem Interesse ist, wird auch sie untersucht. Dazu wird die Wiederholgenauigkeit der relativen ZPD-Korrektur, die mittels der Zweifrequenzstationen berechnet wurde, auch für die Einfrequenzstationen verwendet. Dieses Vorgehen ist vertretbar, weil die Ein- und Zweifrequenzstationen beim Feldtest nur wenige Meter voneinander entfernt waren und sich außerdem der Einfluss einer fehlerhaften Troposphärenkorrektur auf die Wiederholgenauigkeit der Roverhöhe ohnehin nur näherungsweise abschätzen lässt.

Anhand der Tabelle 8.18 lässt sich zunächst feststellen, dass die siderische Filterung die Wiederholgenauigkeit der Höhe um ca. 15% verbessert. Der Genauigkeitsgewinn ist für die tatsächlichen Einfrequenzstationen (x001) etwas höher als für die simulierten Einfrequenzstationen (x002). Deren Standardabweichungen sind aufgrund kleinerer stationsabhängiger Fehler vor der Filterung 0,5 bis 2 mm geringer. Dieser Genauigkeitsvorteil nimmt durch die siderische Filterung deutlich ab und beträgt anschließend noch ca. 0,5 mm. Der Restanteil der Mehrwegefehler sowie die Restfehler der Antennenkalibrierung sind bei den geodätischen Sensoren also etwas kleiner als bei den preisgünstigen Einfrequenzsensoren. Es wird davon ausgegangen, dass nach der siderischen Filterung die stationsabhängigen Restfehler sehr gering sind. Die Varianzfortpflanzung des Messrauschens lieferte eine Standardabweichung von ca. 1 mm (s.o.). Demzufolge ist auch dieser Beitrag gering und die Standardabweichung der gefilterten Höhenzeitreihen wird im Wesentlichen durch die Wiederholgenauigkeit der troposphärischen und ionosphärischen Korrekturen bestimmt. Aufgrund des Varianzfortpflanzungsgesetzes ist klar, dass sich Standardabweichungen im Gegensatz zum Bias nicht einfach durch Addition überlagern. Dennoch erlaubt der Vergleich der dritten mit der vierten Spalte der Tabelle 8.18 die Feststellung, dass beim vorliegenden Datensatz die Präzision der Roverhöhe hauptsächlich von der Wiederholgenauigkeit der Troposphärenkorrektur abhängt.

---

## 9 Zusammenfassung

---

In der vorliegenden Arbeit wurde ein Ansatz zur echtzeitnahen Positionierung auf Grundlage eines Mixmode-GPS-Netzes und den Methoden von Netz-RTK entwickelt. Dabei werden auf den Roverstationen preisgünstige Einfrequenzsensoren verwendet, während das Referenzstationsnetz mit geodätischen Zweifrequenzsensoren ausgerüstet ist. Das Referenzstationsnetz definiert den Referenzrahmen und dient der Berechnung von ionosphärischen und troposphärischen Korrekturen. Diese werden für die Roverstationen interpoliert, an ihre Beobachtungen angebracht und anschließend wird in 10-minütigen Sessionen die Roverposition berechnet. Die Machbarkeit und Leistungsfähigkeit des beschriebenen Ansatzes konnte durch die Implementierung entsprechender Software und ihren Einsatz bei der Auswertung eines Realdatensatzes erfolgreich nachgewiesen werden.

### *Vulkanüberwachungsprojekt Exupéry*

Im Rahmen des GEOTECHNOLOGIEN-Projektes Exupéry wurde ein mobiles Vulkan-Frühwarnsystem entwickelt, das den Vulkanzustand auf Grundlage verschiedenster, sowohl boden- als auch satellitengestützter, Beobachtungsverfahren echtzeitnah überwacht. Das Institut für Physikalische Geodäsie der TU Darmstadt entwickelte innerhalb dieses Projekts einen neuen Ansatz zur Deformationsmessung. Er verbindet ein bodengestütztes Radargerät mit synthetischer Apertur mit dem eben beschriebenen Mixmode-GPS-Netz. Mit dem SAR-Gerät werden an einer Flanke des Vulkans flächenhafte Deformationen beobachtet. Zusätzlich werden im Überwachungsgebiet preisgünstige Einfrequenz-Roverstationen installiert. Sie messen die Vulkandeformation punktuell und können außerdem die Auswertung der SAR-Aufnahmen unterstützen. Um einen stabilen Referenzrahmen zu ermöglichen und das Zerstörungsrisiko zu minimieren, befinden sich die Zweifrequenz-Stationen des Referenznetzes außerhalb des Risikogebietes. Dadurch entsteht eine spezielle Stationskonstellation. Während die Referenzstationen das Einsatzgebiet auf einem weitgehend einheitlichen Höhenniveau umschließen, befinden sich die Roverstationen teilweise auf deutlich größerer Höhe. Da die Troposphärenkorrekturen durch eine ausschließlich lageabhängige Interpolation entstehen, muss untersucht werden, inwieweit die interpolierten Korrekturen unter dieser Konstellation leiden.

### *Erarbeitung des neuen Ansatzes zur echtzeitnahen Positionierung im Mixmode-GPS-Netz*

Zunächst müssen alle Probleme und Herausforderungen, die bei der kurzzeitstatischen Auswertung von Basislinien auftreten, geeignet behandelt werden. Dazu zählen die wirksame Reduzierung von Mehrwege- und Beugungsfehlern sowie der Einsatz eines hocheffizienten Suchverfahrens zur Bestimmung der Mehrdeutigkeiten. Im Referenzstationsnetz werden zudem Troposphärenparameter geschätzt, um die Mehrdeutigkeitsbestimmung zu unterstützen.

---

War diese erfolgreich, so können geometrische und ionosphärische Residuen sowie Flächenkorrekturparameter berechnet werden. Anschließend werden daraus die Korrekturen für die Roverstationen interpoliert. Anstelle der herkömmlichen Berechnung der geometrischen und ionosphärischen Residuen wurde eine alternative Methode entwickelt, die die Mehrwegefehler in den Residuen deutlich reduziert (Kapitel 6.3.4). Zusätzlich zu den allgemeinen Problemen sind die Besonderheiten von preisgünstigen Einfrequenzempfängern zu berücksichtigen. So muss insbesondere mit halben Phasensprüngen gerechnet werden (Schwieger und Wanninger, 2006).

### *Realisierung des neuen Ansatzes*

Durch umfangreiche Testmessungen und Auswertungen wurde eine Einfrequenzausrüstung gefunden, deren Leistungsfähigkeit, bezogen auf Einfrequenzmessungen, vergleichbar ist mit der von geodätischen Zweifrequenzsensoren. Es handelt sich dabei um GPS-Einfrequenzempfänger vom Typ ublox Antaris AEK-4T sowie um aktive GPS-Empfangsantennen vom Typ ublox ANN-MS. Der Empfänger zeigt gelegentlich halbe Phasensprünge; die Antennen mussten mit einer Grundplatte versehen und kalibriert werden. Anschließend lieferte die ublox ANN-MS fast ebenso gute Resultate wie eine geodätische Einfrequenzantenne.

Nach der Auswahl geeigneter Hardware wurde der neue Ansatz zur echtzeitnahen Positionierung von Einfrequenz-Roverstationen im Referenzstationsnetz durch die Implementierung entsprechender Auswertesoftware realisiert. Neben diversen Hilfsapplikationen wurden im Wesentlichen sechs Hauptprogramme erstellt (Kapitel 7.5). Sie ermöglichen die Auswertung des Referenzstationsnetzes, die Berechnung und Interpolation der atmosphärischen Korrekturen mittels FKP sowie die Positionierung der Roverstationen. Der automatisierte Ablauf der Hauptprogramme wird durch ein Perl-Skript ermöglicht, das sowohl im Postprocessing als auch echtzeitnah eingesetzt werden kann. Als Bestandteil eines  $\Delta$ SNR-abhängigen Gewichtsansatzes wurden für alle Empfänger-Antennen-Kombinationen sog. SNR-Referenzfunktionen bestimmt. Sie spezifizieren das Signal-zu-Rauschverhältnis, das ein L1-Signal unter Berücksichtigung seiner Elevation mindestens haben muss. Anderenfalls wird davon ausgegangen, dass der SNR-Abfall auf Beugungsfehler zurückzuführen ist und die Beobachtung wird herabgewichtet oder verworfen. Ein schönes Beispiel in Kapitel 8.2 belegt, dass die SNR-Referenzfunktionen Beugungsfehler zuverlässig detektieren.

### *Resultate*

Im Rahmen des Projektes Exupéry gab es im Sommer 2009 auf der Azoreninsel Sao Miguel einen Feldtest, um das Zusammenspiel aller Hard- und Softwarekomponenten zu verifizieren. Während des Feldtestes stellte sich als zentrales Problem des Deformationsmesssystems die autarke Stromversorgung mit Solarmodulen und Batterien heraus. Ausgeprägte Schlechtwetterphasen führten dazu, dass ein kontinuierlicher Betrieb der eingesetzten Sensoren nicht möglich war. Dennoch konnte eine statische Postprocessing-Auswertung berechnet werden. Dabei wurde, in Übereinstimmung mit den SAR-Auswertungen von (Rödelsperger et al.,



---

2010), festgestellt, dass es keine Deformationen im Überwachungsgebiet gab. Aufgrund der lückenhaften Beobachtungsdaten sowie der Größe und Konstellation des GPS-Netzes waren die ursprünglich vorgesehenen Auswertungen und Untersuchungen, insbesondere zur Höhenabhängigkeit der troposphärischen Korrekturen, nicht möglich.

Ein zweiter Feldtest, bei dem zunächst vorab davon ausgegangen und später bewiesen wurde, dass es keine signifikanten Deformationen gibt, fand im November 2009 im Taunus statt. Dabei wurden die GPS-Beobachtungen von vier SAPOS-Referenzstationen und drei Roverstationen fünf Tage lang registriert. Während die Referenzstationen ein weitgehend identisches Höhenniveau haben, befinden sich die Roverstationen in unterschiedlicher Höhe (Abb. 8.1). Letztere sind ausgerüstet sowohl mit geodätischen Zweifrequenzsensoren als auch mit den Einfrequenzsensoren von ublox. Die Bereitstellung und Verwendung strenger Vergleichskriterien sowohl im Hinblick auf die allgemeine Leistungsfähigkeit als auch in Bezug auf die Ergebniskoordinaten war die grundlegende Philosophie bei der Bearbeitung des Datensatzes bzw. bei der Beurteilung des realisierten FKP-Ansatzes. Deshalb wurden zunächst hochgenaue, quasi-wahre Referenzkoordinaten berechnet. Sie erlauben eine umfassende Genauigkeitsbeurteilung der zu bestimmenden Roverkoordinaten. Darüber hinaus wurden die L1-Beobachtungen der geodätischen Zweifrequenzsensoren mit VRS<sup>3</sup>Net, einer kommerziellen Netz-RTK-Software, ausgewertet (die Messungen auf der zweiten GPS-Frequenz wurden also ignoriert). Auf diese Weise wurde ein Vergleichsmaßstab geschaffen, der die derzeitigen Möglichkeiten und Grenzen der Einfrequenzpositionierung definiert. Die Genauigkeit der Roverkoordinaten, die in jeweils 10-minütigen Sessionen bestimmt wurden, ist dabei besser als 1 cm in der Lage, die Höhenkomponente ist 1 bis 2 cm genau (RMS). Außerdem liefert diese Referenzauswertung weitere Kenngrößen wie z.B. die Erfolgsquote der Mehrdeutigkeitsfestsetzung und die Häufigkeit von Ausreißern. In Kapitel 8.7.3 konnte gezeigt werden, dass bei der Verwendung der simulierten Einfrequenz-Roverstationen der realisierte FKP-Ansatz der kommerziellen Software VRS<sup>3</sup>Net ebenbürtig ist und in Teilbereichen sogar leicht bessere Ergebnisse liefert. Werden die Messungen der echten, preisgünstigen Einfrequenzsensoren von ublox ausgewertet, so ergibt sich ein geringer Genauigkeitsabfall in der Größenordnung von 1 bis 2 mm. Er ist nahezu ausschließlich auf eine schlechtere Wiederholgenauigkeit zurückzuführen (Kapitel 8.7.4) und kann durch eine siderische Filterung deutlich reduziert werden (Kapitel 8.9.4). Demzufolge muss davon ausgegangen werden, dass die verwendete, preisgünstige Einfrequenzantenne stärker von Mehrwegefehlern betroffen ist.

Der realisierte FKP-Ansatz führte auch bei der Verwendung der preisgünstigen Einfrequenzsensoren letztlich zu Roverkoordinaten, die eine sehr gute Lagegenauigkeit sowie eine gute Höhengenaugkeit besitzen. Im Zusammenhang mit Kapitel 8.6 wurde jedoch auch deutlich, dass es zu einem erheblichen Bias in der berechneten Roverhöhe kommen kann, falls diese deutlich vom Höhenniveau des Referenzstationsnetzes abweicht. Ursache hierfür ist eine a-priori-Troposphärenkorrektur bzw. a-priori-Luftfeuchte, die stark von der Realität abweicht. Eine ausführliche Erläuterung der entsprechenden Zusammenhänge findet sich in Kapitel 8.9.1.



---

## *Schlussfolgerungen und Empfehlungen*

In der vorliegenden Stationskonstellation wirken sich grob falsche a-priori-Troposphärenkorrekturen besonders deutlich aus, da alle Referenzstationen auf einem weitgehend einheitlichen Höhenniveau liegen. Gäbe es im Referenzstationsnetz signifikante Höhenunterschiede, so könnte die Höhenabhängigkeit der Residuen bzw. zumindest ihr linearer Anteil gemäß Formel (6.7) erfasst und berücksichtigt werden. Weicht jedoch auch in diesem Fall die Roverhöhe stark vom Niveau des Referenzstationsnetzes ab, so muss erheblich extrapoliert werden. Deswegen muss auch hier damit gerechnet werden, dass sich ein Bias in der Roverhöhe ergibt. Die Auswertungen und Untersuchungen haben gezeigt, dass eine grob unzutreffende Troposphärenmodellierung nicht nur zu einem Bias in der Roverhöhe führt, sondern auch mit einer sinkenden Erfolgsquote bei der Mehrdeutigkeitsfestsetzung einhergeht (Kapitel 8.7.3). Insofern lassen sich zwei grundlegende Empfehlungen ableiten. Zunächst sollte, falls möglich, dafür gesorgt werden, dass die Stationen des Referenznetzes signifikante Höhenunterschiede aufweisen. Außerdem sollte eine a-priori-Troposphärenmodellierung benutzt werden, bei der die Erfolgsquote der Mehrdeutigkeitsfestsetzung weitestgehend höhenunabhängig ist (entsprechende, parallel laufende Alternativberechnungen sind echtzeitnah möglich). Im Umkehrschluss bedeutet dies nämlich, dass die a-priori-Troposphärenmodellierung nicht grob unzutreffend war.

## *Einordnung*

Die Ergebnisse und somit die gefundenen Erkenntnisse basieren ausschließlich auf einem Realdatensatz. In Bezug auf die Interpolation von Troposphärenkorrekturen, einem wesentlichen Schwerpunkt dieser Arbeit, schränkt das die Allgemeingültigkeit nicht ein, da die grundlegenden Zusammenhänge auch theoretisch begründet werden konnten.

Eine andere Situation ergibt sich in Bezug auf die Verwendbarkeit von interpolierten Ionosphärenkorrekturen. Der Feldtest fand in Mitteleuropa zu Zeiten geringer ionosphärischer Aktivität statt. (Janssen, 2003) zeigte, dass in Äquatornähe und unter extremen ionosphärischen Bedingungen bereits bei einem Referenzstationsabstand von ca. 40 km damit gerechnet werden muss, dass die Interpolation der Ionosphärenkorrekturen scheitert. Das schmälert jedoch nicht die erfolgreiche Realisierung des FKP-Ansatzes, sondern zeigt nur dessen Einsatzgrenzen auf, falls er als alleiniges Instrument der Deformationsüberwachung angesehen wird. Der realisierte FKP-Ansatz ist jedoch nur eine Komponente des Vulkan-Frühwarnsystems, das im Rahmen des Projektes Exupéry entwickelt wurde. In den Zeiträumen, für die kein Positionierungsergebnis guter Qualität zustande kommt, müssen und können die anderen Sensoren und Verfahren diesen Ausfall kompensieren. Das ist der große Vorteil eines Multi-Sensorkonzeptes.

Darüber hinaus ist der realisierte FKP-Ansatz in Zonen und Zeiten moderat aktiver Ionosphäre selbstverständlich auch außerhalb des Vulkan-Frühwarnsystems als Deformationsmesssystem einsetzbar, z.B. zur Überwachung von Hangrutschungszonen.

---

### *Von der Deformationsmessung zur Modellierung der Deformationsursache*

Der realisierte FKP-Ansatz liefert Koordinatenzeitreihen mit einem Zeitintervall von zehn Minuten und RMS-Werten von besser als 1 cm in der Lage sowie 1 bis 2 cm in der Höhe. Er kann deshalb, insbesondere in Kombination mit anderen Sensoren, zur Überwachung von Deformationszonen eingesetzt werden, wobei als anschließender Auswerteschritt eine Deformationsanalyse zu berechnen ist. Dabei wird mittels der geschätzten Koordinaten und ihrer Kovarianzmatrizen festgestellt, ob die Veränderung der Netzgeometrie signifikant ist. In diesem Zusammenhang nennt (Niemeier, 2002) die Kongruenzprüfung, die diskrete Kalman-Filterung sowie die Zeitreihenanalyse als geeignete Methoden. Darüber hinaus erwähnt er mit Verweis auf (Heunecke, 1995) die Möglichkeit einer weitergehenden Modellierung auf Grundlage der Systemtheorie. Ursache der Deformation sind demnach Eingangsgrößen, die auf das Deformationsobjekt einwirken. Ausgangsgröße ist die messbare Deformation, wobei deren konkrete Ausprägung vom Übertragungsverhalten des betrachteten Objektes abhängt. Die Deformation kann über ein sog. Strukturmodell beschrieben werden, falls bekannt ist, welche physikalischen Objekteigenschaften für das Übertragungsverhalten verantwortlich sind und dieses dementsprechend durch ein physikalisch-mathematisches Modell ausgedrückt werden kann (Eichhorn, 2005). Eichhorn zeigt des Weiteren, dass Strukturmodelle im Rahmen einer adaptiv erweiterten Kalman-Filterung behandelt werden können, wobei der Zustandsvektor um physikalische Parameter erweitert wird. So hat z.B. das Projekt KASIP das Ziel, die Massenbewegungen einer Hangrutschungszone nicht nur zu überwachen, sondern auch durch eine erweiterte Kalman-Filterung auf Grundlage eines Strukturmodells zu beschreiben (URL KASIP).

Ganz ähnliche Verfahren und Ansätze können bei der Vulkanüberwachung eingesetzt werden. Die Verformung eines Vulkankörpers wird verursacht durch die Prozesse, die sich in der darunter liegenden Magmakammer abspielen. Diese grundlegende Beziehung lässt sich auch mathematisch formulieren (Hort et al., 2012). Bereits vor über 50 Jahren konnte (Mogi, 1958) aus einem Deformationsdatensatz geometrische und physikalische Parameter der Magmakammer bestimmen. Seither hat es viele Erweiterungen und Verfeinerungen des Mogi-Modells gegeben (Hort et al., 2012). Beim Exupéry-Projekt wurde eines dieser modernen Modelle in Verbindung mit einer erweiterten Kalman-Filterung verwendet, um nicht nur die Veränderungen einer Magmakammer, sondern auch die damit verbundenen Spannungsänderungen zu berechnen (Hort et al., 2012).

---

## Verzeichnis der Abkürzungen

---

BPE	Bernese Processing Engine
DD	Doppeldifferenz
EUREF	European Reference Network
FKP	Flächenkorrekturparameter
GIS	Geoinformationssystem
GNSS	Global Navigation Satellite System
GPS	Global Positioning System
HEPS	Hochpräziser Echtzeit-Positionierungs-Service
IGS	International GNSS Service
IGS05	IGS-Realisierung des International Terrestrial Reference Frame 2005
LAMBDA	Least-squares Ambiguity Decorrelation Adjustment
LOS	Line of sight
MSTID	Medium Scale Traveling Ionospheric Disturbance
PDGNSS	Präzise Differentielles GNSS
PZO	Phasenzentrumsoffset
PZV	Phasenzentrumsvariationen
RINEX	Receiver Independent Exchange Format
RMS	Root Mean Square, Quadratischer Mittelwert
RTK	Real Time Kinematik
s	Standardabweichung
SAPOS	Satellitenpositionierungsdienst der deutschen Landesvermessung
SAR	Synthetic Aperture Radar
SNR	Signal-Noise-Ratio, Signal-zu-Rausch-Verhältnis
TEC	Total Electron Content
TECU	TEC units
TU	Technische Universität
TUD	TU Darmstadt
VFRS	Volcano Fast Response System
VRS	Virtuelle Referenzstation
VTEC	Vertikaler TEC
ZPD	Zenith Path Delay, zenitale Laufzeitverzögerung
WLAN	Wireless Local Area Network

---

## Verzeichnis der Abbildungen

---

- Abb. 2.1: Veranschaulichung der Begriffe Präzision, Richtigkeit und Genauigkeit.
- Abb. 3.1: Mehrwegefehler  $\delta\varphi$  in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung  $\delta\varphi_{\text{refl}}$  des reflektierten Signales, wenn dieses einer Dämpfung von 0,5 unterliegt.
- Abb. 4.1: Vertikaler Aufbau der Atmosphäre bis 1000 km Höhe.
- Abb. 4.2: Mittlere globale Ionisierung in TECU: Messung (rot) und Prädiktion (blau). Originalabbildung aus (URL CODE-3).
- Abb. 4.3: Atmosphärische Refraktion elektromagnetischer Wellen.
- Abb. 4.4: Ein-Schicht-Modell der Ionosphäre. Modifizierte Abbildung aus (Dach et al., 2007).
- Abb. 5.1: Doppeldifferenz zweier Satelliten und Empfänger.
- Abb. 5.2: Standardabweichung einer räumlichen Ähnlichkeitstransformation bezogen auf hochgenaue Referenzkoordinaten. Modifizierte Abbildung aus (Dach et al., 2007).
- Abb. 7.1: Prinzipielle Darstellung des WLAN-Netzwerkes. Originalabbildung aus dem Exupéry-Projektantrag (unveröffentlicht).
- Abb. 7.2: Aufgaben der Arbeitsgruppen im Exupéry-Projekt. Modifizierte Abbildung aus dem Exupéry-Projektantrag (unveröffentlicht).
- Abb. 7.3: Prinzipielle Darstellung der Deformationsmessung mit GPS und bodengestütztem SAR. Originalabbildung aus (Drescher et al., 2007).
- Abb. 7.4: GPS-Einfrequenzempfänger ublox Antaris AEK-4T mit Antenne ublox ANN-MS. Originalabbildung der u-blox AG.
- Abb. 7.5: Lageskizze des TU-Daches.
- Abb. 7.6: Lageskizze und Instrumentierung der Messstationen am Calderasee des Vulkans Fogo.
- Abb. 7.7: Prinzipskizze der auf den Messstationen installierten Hardware.
- Abb. 8.1: Referenz- und Roverstationen des Feldtests mit ellipsoidischer Höhe.

- 
- Abb. 8.2: Meteorologische Daten der Roverstationen; die Zeitreihen beginnen am 03.11.2009 um 12:00.
- Abb. 8.3: SNR-Referenzfunktionen für geodätische Zweifrequenzsensoren (Mittelwerte minus 3,3-facher Standardabweichung).
- Abb. 8.4: 5°-Mittelwerte minus 2,6-facher Standardabweichung und SNR-Referenzfunktion für die ublox-Einfrequenzsensoren.
- Abb. 8.5: SNR-Ausreißer der SAPOS-Station Kloppenheim (li.) und Luftbildaufnahme dieser Station (re.). Modifizierte Luftbildaufnahme aus Google Maps.
- Abb. 8.6: VRS und simulierte Einfrequenz-Roverstationen: Residuen bezüglich der Referenzkoordinaten in den Komponenten Nord, Ost und Höhe; die Zeitreihen beginnen am 03.11.2009 um 12:00.
- Abb. 8.7: Herkömmliche und alternative Berechnung der Korrekturen für eine Doppel-differenz.
- Abb. 8.8: FKP und simulierte Einfrequenz-Roverstationen bei einer a-priori-Luftfeuchte von 50%: Residuen in Bezug auf die Referenzkoordinaten in den Koordinatenkomponenten Nord, Ost und Höhe; die Zeitreihen beginnen am 03.11.2009 um 12:00.
- Abb. 8.9: FKP und preisgünstige Einfrequenz-Roverstationen bei einer a-priori-Luftfeuchte von 50%: Residuen in Bezug auf die Referenzkoordinaten in den Koordinatenkomponenten Nord, Ost und Höhe; die Zeitreihen beginnen am 03.11.2009 um 12:00.
- Abb. 8.10: Interpolation des relativen ZPD-Parameters in Abhängigkeit von der relativen Luftfeuchte.
- Abb. 8.11: Soll- und Istwerte des relativen ZPD-Parameters auf den Roverstationen; die Zeitreihen beginnen am 03.11.2009 um 12:00. Die Ist-Zeitserien unterscheiden sich praktisch ausschließlich durch einen Bias. Unabhängig von der Wahl der Soll-Zeitreihe ist die Wiederholgenauigkeit also in beiden Varianten identisch. Die Richtigkeit und Genauigkeit hingegen sind in der Variante mit einer höhenunabhängig konstanten a-priori-Luftfeuchte von 50 % (Ist mit  $F = 50\%$ ) deutlich besser.
- Abb. 8.12: Symbolisierung der wahren Residuen zweier Zeitreihen durch Striche, wobei die Residuen der unteren Zeitreihe linear abhängig sind von denen der oberen Zeitreihe. Der Residuenmittelwert, d.h. der Bias, ist durch die gestrichelte Linie dargestellt. Die lineare Abhängigkeit gilt auch für die Abweichungen vom Residuenmittelwert, d.h. für die Standardabweichung der wahren Residuen.

---

## Literaturverzeichnis

---

### *Verwendete Abkürzungen*

- DGK    Veröffentlichungen der Deutschen Geodätischen Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
- DVW    Deutscher Verein für Vermessungswesen
- ION    The Institute of Navigation
- ZfV    Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement

- Agnew D. C. und Larson K. M. (2007): Finding the repeat times of the GPS constellation. GPS Solutions, Vol. 11, S. 71-76.
- Bauer M. (2003): Vermessung und Ortung mit Satelliten – GPS und andere satellitengestützte Navigationssysteme (5. Auflage). Wichmann Verlag, Heidelberg.
- Beckers H. und 7 Mitautoren (2005): Diagnoseausgleichung SAPOS – Homogenisierung des Raumbezugs im System ETRS89 in Deutschland. ZfV, Heft 4/2005, S. 203-208.
- Brunner F. K. und Tregoning P. (1994): Tropospheric propagation effects in GPS height results using meteorological observations. Australian journal of geodesy, photogrammetry, and surveying, Nr. 60, S. 49-65.
- Brunner F. K., Hartinger H. und Troyer L. (1999): GPS signal diffraction modeling: the stochastic SIGMA- $\Delta$  model. Journal of Geodesy, Vol. 73, S. 259-267.
- Butsch F. und Kipka A. (2004): Die Bedeutung des Signal- zu Rauschleistungsverhältnisses und verwandter Parameter für die Messgenauigkeit bei GPS. Allgemeine Vermessungsnachrichten, 2/2004, S. 46-55.
- Chang X. W., Yang X. und Zhou T. (2005): MLAMBDA: a modified LAMBDA method for integer least-squares estimation. Journal of Geodesy, Vol. 79, S. 552-565.
- Dach R., Hugentobler U., Fridez P. und Meindl M. (2007): User manual of the Bernese GPS Software Version 5.0. Astronomisches Institut der Universität Bern (zu finden unter: <http://www.bernese.unibe.ch/docs/DOCU50.pdf>).
- Datta-Barua S., Walter T., Blanch J. und Enge P. (2008): Bounding higher-order ionosphere errors for the dual-frequency GPS user. Radio Science, Vol. 43, RS5010.

- 
- Drescher R., Leinen S. und Becker M. (2007): Volcano Monitoring by a GPS based Hybrid Sensor System. Festschrift zum 65. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. Carl-Erhard Gersten-ecker, Schriftenreihe der Fachrichtung Geodäsie, Heft 28, S. 23-36, TU Darmstadt.
- Drescher R. und Becker M. (2007): Reference frame and model improvements in CEGRN. Reports on Geodesy, Vol. 83, S. 47-54, Warsaw University of Technology.
- Drescher R. und Becker M. (2008): The 2007 Reprocessing of CEGRN – Improvement of the GPS campaign adjustments by the use of the latest ITRF and IGS processing standards. Posterpräsentation bei der Generalversammlung der European Geosciences Union, 14. bis 18. April 2008, Wien.
- Eichhorn A. (2005): Ein Beitrag zur Identifikation von dynamischen Strukturmodellen mit Methoden der adaptiven Kalman-Filterung. DGK, Reihe C (Dissertation), Heft Nr. 585, München.
- Euler H.-J., Seeger S., Zelzer O., Takac F. und Zebhauser B. E. (2004): Improvements of Positioning Performance Using Standardized Network RTK Messages. Proceedings of the National Technical meeting of the Satellite Division of ION 2004, S. 453-461.
- Gotthardt E. (1978): Einführung in die Ausgleichungsrechnung (2. Auflage, überarbeitet und erweitert von Günter Schmitt). Wichmann Verlag, Karlsruhe.
- Großmann W. (1969): Grundzüge der Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate nebst Anwendung in der Geodäsie (3. Auflage). Springer Verlag, Berlin, Heidelberg.
- Hartinger H. (2001): Development of a Continuous Deformation Monitoring System using GPS. Dissertation, Shaker Verlag, Aachen.
- Heunecke O. (1995): Zur Identifikation und Verifikation von Deformationsprozessen mittels adaptiver Kalman-Filterung. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover (Dissertation), Nr. 208.
- Hofmann-Wellenhof B., Lichtenegger H. und Wasle E. (2008): GNSS – GPS, GLONASS, Galileo & more. Springer Verlag, Wien.
- Hort M., Dahm T. und Wassermann J. (Hrsg.; ohne Jahresangabe): Exupéry VFRS: Managing Volcanic Unrest – The Volcano Fast Response System. Abschlussbericht zum BMBF-Programm „Geotechnologien”: Frühwarnsysteme im Erdmanagement (zu finden unter: [http://www.exupery-vfrs.de/fileadmin/user\\_upload/exupery-vfrs/reports/ExuperyBerichtFinal.pdf](http://www.exupery-vfrs.de/fileadmin/user_upload/exupery-vfrs/reports/ExuperyBerichtFinal.pdf); zuletzt abgerufen am 17.06.2012).
- Illner M. und Knöpfler A. (2006): Exemplarische Untersuchungen zur Genauigkeit des SAPOS-HEPS Dienstes in Baden-Württemberg. Schriftenreihe des DVW, Band 49, S. 71-90.

- 
- Janssen V. (2003): A Mixed-Mode GPS Network Processing Approach for Volcano Deformation Monitoring. Dissertation, The University of New South Wales at Sydney.
- Joeckel R., Stober M. und Huep W. (2008): Elektronische Entfernungs- und Richtungsmessung und ihre Integration in aktuelle Positionierungsverfahren (5. Auflage). Wichmann Verlag, Heidelberg.
- De Jonge P. und Tiberius C. (1996): The LAMBDA method for integer ambiguity estimation: implementation aspects. Publications of the Delft Geodetic Computing Center, LGR-Series, Nr. 12.
- Kleijer F. (2004): Troposphere Modeling and Filtering for Precise GPS Leveling. Dissertation, Netherlands Geodetic Commission, Publications on Geodesy 56.
- Mogi K. (1958): Relations between the eruptions of various volcanoes and the deformations of the ground surfaces around them. Bulletin of the Earthquake Research Institute, University of Tokyo, Vol. 36, S. 99-134.
- Niell A. E. (1996): Global Mapping Functions for the Atmosphere Delay at Radio Wavelengths, Journal of Geophysical Research, 101(B2), S. 3227–3246.
- Niemeier W. (2002): Ausgleichungsrechnung – Eine Einführung für Studierende und Praktiker des Vermessungs- und Geoinformationswesens. Verlag de Gruyter, Berlin, New York.
- Remondi B. (1984): Using the Global Positioning System (GPS) Phase Observable for Relative Geodesy: Modeling, Processing, and Results. Dissertation, The University of Texas at Austin.
- Rödelsperger S., Läuffer G., Gerstenecker C. und Becker M. (2010): Monitoring of displacements with ground-based microwave interferometry: IBIS-S and IBIS-L. Journal of Applied Geodesy, 4 (2010), S. 41-54.
- Rothacher M. (1992): Orbits of Satellite Systems in Space Geodesy. Dissertation, Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, Vol. 46.
- Rothacher M., Schaer S., Mervart L. und Beutler G. (1995): Determination of Antenna Phase Center Variations Using GPS Data. IGS Workshop Proceedings on Special Topics and New Directions, Potsdam, S. 205-220.
- Rührnößl H., Brunner F. K. und Rothacher M. (1998): Modellierung der toposphärischen Korrektur für Deformationsmessungen mit GPS im alpinen Raum. Allgemeine Vermessungsnachrichten, 105(1), S. 14-20.
- Saastamoinen J. (1973): Contributions to the Theory of Atmospheric Refraction, Part II, Bulletin Géodésique, Vol. 107, S. 13-34.



- 
- Schaer S. (1999): Mapping and Predicting the Earth's Ionosphere Using the Global Positioning System. Dissertation, Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, Vol. 59.
- Schön S., Wieser A. und Macheiner K. (2005): Accurate tropospheric correction for local GPS monitoring networks with large height differences. Proceedings of the International Technical meeting of the Satellite Division of ION 2005, S. 250-260.
- Schwieger V. und Wanninger L. (2006): Potential von GPS Navigationsempfängern. Schriftenreihe des DVW, Band 49, S. 221-239.
- Seeber G. (1989): Satellitengeodäsie: Grundlagen, Methoden und Anwendungen. Verlag de Gruyter, Berlin, New York.
- Wanninger L. (2000): Präzise Positionierung in regionalen GPS-Referenzstationsnetzen. DGK, Reihe C (Habilitation), Heft Nr. 508, München.
- Wanninger L. (2002a): Die Bedeutung der Ionosphäre für Referenzstationsnetze. 4. SAPOS-Symposium, S. 132-138 (zu finden unter: <http://www.sapos.de/pdf/4symposium/132-138.pdf>).
- Wanninger, L. (2002b): Möglichkeiten und Grenzen der relativen GPS-Antennenkalibrierung. ZfV, Heft 127, S. 51-58.
- Wanninger L. (2006): Netz-RTK. Schriftenreihe des DVW, Band 49, S. 59-70.
- Wanninger L., Frevert V. und Wildt S. (2000): Der Einfluß der Signalbeugung auf die präzise Positionierung mit GPS. ZfV, Heft 125, S. 8-16.
- Wanninger L., Rost C., Hartlieb G. und Köhr M. (2006): Zur Problematik des Antennenwechsels auf GNSS-Referenzstationen. ZfV, Heft 4/2006, S. 171-175.
- Willgalis S. (2005): Beiträge zur präzisen Echtzeitpositionierung in GPS-Referenzstationsnetzen. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Universität Hannover (Dissertation), Nr. 255.
- Wolf H. (1968): Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Dümmler Verlag, Bonn.
- Wu J. T., Wu C., Hajj G. A., Bertiger W. I. und Lichten S. M. (1993): Effects of antenna orientation on GPS carrier phase, Manuscripta Geodaetica, Vol. 18, S. 91-98.
- DIN 55350-13: Norm DIN 55350 Teil 13 (1987). Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik; Begriffe zur Genauigkeit von Ermittlungsverfahren und Ermittlungsergebnissen.

---

## *Internetreferenzen*

URL CODE-1	<a href="ftp://ftp.unibe.ch/aiub/CODE/"><u>ftp://ftp.unibe.ch/aiub/CODE/</u></a>
URL CODE-2	<a href="http://aiuws.unibe.ch/ionosphere/index.html"><u>http://aiuws.unibe.ch/ionosphere/index.html</u></a>
URL CODE-3	<a href="http://aiuws.unibe.ch/ionosphere/meantec.pdf"><u>http://aiuws.unibe.ch/ionosphere/meantec.pdf</u></a>
URL IGS	<a href="http://igscb.jpl.nasa.gov/components/prods.html"><u>http://igscb.jpl.nasa.gov/components/prods.html</u></a>
URL KASIP	<a href="http://info.tuwien.ac.at/ingeo/research/kasip/index.html"><u>http://info.tuwien.ac.at/ingeo/research/kasip/index.html</u></a>
URL NGA	<a href="http://earth-info.nima.mil/GandG/sathtml/satinfo.html"><u>http://earth-info.nima.mil/GandG/sathtml/satinfo.html</u></a>
URL Reinhardt	<a href="http://www.reinhardt-testsystem.de/_pdf/deutsch/sens_m_d.pdf"><u>http://www.reinhardt-testsystem.de/_pdf/deutsch/sens_m_d.pdf</u></a>
URL SAPOS	<a href="http://www.sapos.de/pdf/Flyer/2004Heft_d.pdf"><u>http://www.sapos.de/pdf/Flyer/2004Heft_d.pdf</u></a>
URL Trimble	<a href="http://www.trimble.com/infrastructure/vrs3net-software.aspx?dtID=overview&amp;"><u>http://www.trimble.com/infrastructure/vrs3net-software.aspx?dtID=overview&amp;</u></a>
URL VFRS-1	<a href="http://www.exupery-vfrs.de/"><u>http://www.exupery-vfrs.de/</u></a>

Alle Internetreferenzen wurden zuletzt abgerufen am 05.06.2012.

---

## Lebenslauf

Ralf Drescher, geb. 1976 in Gräfelfing

1982 – 1988	Grund- und Hauptschule Hohenroth
1988 – 1992	Realschule Bad Neustadt a. d. Saale
1992 – 1994	Fachoberschule Bad Neustadt a. d. Saale
1994 – 1995	Fachhochschule Würzburg, Studiengang Vermessung
1995 – 1996	Sozialstation des Diakonischen Werkes Würzburg, Zivildienst
1996 – 2000	Fachhochschule Würzburg, Studiengang Vermessung und Geoinformatik
2000 – 2001	Direktion für Ländliche Entwicklung Würzburg, Vermessungsingenieur
2001 – 2004	Technische Universität Darmstadt, Studiengang Geodäsie und Geoinformation
2004 – 2010	Technische Universität Darmstadt, Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Physikalische Geodäsie
Seit 2010	Trimble Terrasat GmbH Höhenkirchen-Siegersbrunn, Entwicklungsingenieur

---

## Schriftenreihe der Fachrichtung Geodäsie

Heft Nr. 1	J. SHEN	Entwicklung eines dreidimensionalen Online-Messsystems; Darmstadt 1996 ISBN 978-3-9804926-0-7
Heft Nr. 2	D. FLOHRSCHÜTZ	Untersuchungen zum Einsatz von 3D-Animationen im Vermessungswesen; Darmstadt 1998 ISBN 978-3-9804926-1-4
Heft Nr. 3	Fachbereich Vermessungswesen	Jahresbericht 1998; Darmstadt 1999 ISBN 978-3-9804926-2-1
Heft Nr. 4	J. HARTMANN R. SEUß K. ZIMMERMANN	Pilothafte Realisierung des ALKIS®/ATKIS®-Datenmodells zur Abbildung bestehender und zukünftiger Anforderungen der Geodatenhaltung in der Hessischen Kataster- und Vermessungsverwaltung; Darmstadt 2000 ISBN 978-3-9804926-3-8
Heft Nr. 5	M. SEUß	Raumbezogene Planung - ein Gegenstand der Automation? Darmstadt 2000 ISBN 978-3-9804926-4-5
Heft Nr. 6	R. SEUß	Implementierung und Nutzung eines Kommunalen Geoinformationssystems auf Landkreisebene; Darmstadt 2000 ISBN 978-3-9804926-5-2
Heft Nr. 7	Schriftenreihe Fachrichtung Geodäsie	Jahresbericht 1999; Darmstadt 2000 ISBN 978-3-9804926-6-9
Heft Nr. 8	E. BARTSCH	In ländlichen Räumen der VR China; Darmstadt 2000 ISBN 978-3-9804926-7-6
Heft Nr. 9	J. HARTMANN CH. HEIL R. SEUß	Pilothafte Realisierung des ALKIS® / ATKIS® -Daten- modells zur Abbildung bestehender und zukünftiger Anforderungen der Geodatenhaltung in der Hessischen Kataster- und Vermessungsverwaltung, Teil II; Darmstadt 2000 ISBN 978-3-9804926-8-3
Heft Nr. 10	Autorenteam	Festschrift anlässlich der Vollendung des 65. Lebensjahres von Prof. Dr. Ing. Bernhard P. Wrobel Darmstadt; 2000 ISBN 978-3-9804926-9-0
Heft Nr. 11	Schriftenreihe Fachrichtung Geodäsie	Jahresberichte 2000; Darmstadt 2001 ISBN 978-3-35631-00-6

---

---

Heft Nr. 12	Schriftenreihe Fachrichtung Geodäsie	Jahresberichte 2001; Darmstadt 2002 ISBN 978-3-935631-01-3
Heft Nr. 13	J. HARTMANN	Umsetzung und prototypische Entwicklung zur zukünftigen Führung des Liegenschaftskatasters (ALKIS); Darmstadt 2002 ISBN 978-3-935631-02-0
Heft Nr. 14	R.-H. BORCHERT	Struktur eines Daten-Kommunikations-Kernsystems für den Geoinformationsmarkt; Darmstadt 2002 ISBN 978-3-935631-03-7
Heft Nr. 15	V. STAHL	Entwicklung eines interdisziplinären QM-Systems im Ingenieursektor; Darmstadt 2002 ISBN 978-3-935631-04-4
Heft Nr. 16	Schriftenreihe Fachrichtung Geodäsie	Jahresberichte 2002; Darmstadt 2003 ISBN 978-3-935631-05-1
Heft Nr. 17	Schriftenreihe Fachrichtung Geodäsie	Jahresberichte 2003; Darmstadt 2004 ISBN 978-3-935631-06-8
Heft Nr. 18	Schriftenreihe Fachrichtung Geodäsie	Jahresberichte 2004; Darmstadt 2005 ISBN 978-3-935631-07-5
Heft Nr. 19	S.-H. KLEBER	Beitrag zur ALKIS-Implementierung in Hessen und Untersuchung der Anwendersicht; Darmstadt 2005 ISBN 978-3-935631-08-2
Heft Nr. 20	M. VOGEL	Vom Pixel zur Richtung - Die räumlichen Beziehungen zwischen Abbildungsstrahlen und Tachymeter-Richtungen; Darmstadt 2006 ISBN 978-3-935631-09-9
Heft Nr. 21	Schriftenreihe Fachrichtung Geodäsie	Jahresberichte 2005; Darmstadt 2006 ISBN 978-3-935631-10-5
Heft Nr. 22	M. METZNER	Schaffung einer einheitlichen kommunalen Informationsbasis durch die Integration von Geodaten; Darmstadt 2006 ISBN 978-3-935631-11-2
Heft Nr. 23	D. WENZEL	Einsatz von unabhängigen Prüfverfahren und modernen Testwerkzeugen zur Qualitätssteigerung in der Geoinformatik; Darmstadt 2006 ISBN 978-3-935631-12-9
Heft Nr. 24	A. HENDRICKS	Einsatz von städtebaulichen Verträgen nach § 11 BauGB bei der Baulandbereitstellung - eine interdisziplinäre theoretische Analyse und Ableitung eines integrierten Handlungskonzeptes für die Praxis; Darmstadt 2006 ISBN 978-3-935631-13-6

---

---

Heft Nr. 25	TH. ROSSMANITH	Prototypische Realisierung einer kommunalen Geodaten- infrastruktur auf Landkreisebene; Darmstadt 2007 ISBN 978-3-935631-14-3
Heft Nr. 26	A. ADAMS	Vergleich und Optimierung von GIS-basierten Planungen in der Kommunikationstechnik; Darmstadt 2007 ISBN 978-3-935631-15-0
Heft Nr. 27	Autorenteam	Festschrift anlässlich der Vollendung des 65. Lebensjahres von Prof. Dr.-Ing. Harald Schlemmer; Darmstadt 2007 ISBN 978-3-935631-16-7
Heft Nr. 28	Autorenteam	Festschrift anlässlich der Vollendung des 65. Lebensjahres von Prof. Dr.-Ing. Carl-Erhard Gerstenecker; Darmstadt 2008 ISBN 978-3-935631-17-4
Heft Nr. 29	A. NORRDINE	Präzise Positionierung und Orientierung innerhalb von Gebäuden; Darmstadt 2009 ISBN 978-3-935631-18-1
Heft Nr. 30	Autorenteam	Festschrift anlässlich der Pensionierung von Dr.-Ing. Rolf- Dieter Düppe nach 36 Jahren am Institut für Photogrammetrie und Kartographie; Darmstadt 2010 ISBN 978-3-935631-19-8
Heft Nr. 31	H. SCHLEMMER	100 Jahre Geodätisches Institut und 150 Jahre Geodäsie an der Technischen Universität Darmstadt; Darmstadt 2010 ISBN 978-3-935631-20-4
Heft Nr. 32	M. SCHAFFERT	Szenariotechnik und GIS – Ein Beitrag zur demographie- robusten Planung in Kommunen; Darmstadt 2011 ISBN 978-3-935631-2-1
Heft Nr. 33	S. RÖDELSPERGER	Real-time Processing of Ground Based Synthetic Aperture Radar (GB-SAR) Measurements, Darmstadt 2011 ISBN 978-3-935631-22-8
Heft Nr. 34	T. KÖHLER	Verwaltungsreform im ländlichen Raum – Ein Diskussionsbeitrag; Darmstadt 2011 ISBN 978-3-935631-23-5
Heft Nr. 35	T. FERDINAND	Entwicklung und Realisierung einer Serviceplattform für internetbasierte, mobile Geoanwendungen; Darmstadt 2012 ISBN 978-3-935631-24-2
Heft Nr. 36	V. HÄNDLER	Konzeption eines bildbasierten Sensorsystems zur 3D- Indoorpositionierung sowie Analyse möglicher Anwendungen; Darmstadt 2012 ISBN 978-3-935631-25-9

---

Heft Nr. 37 F. MÖLLER

Grundlagen und Klassifizierung der Geoinformations-  
nutzung bei raumbedeutsamen Planungen – Analyse  
nutzerperspektivischer Geoinformationsprofile –  
Markierung raumbedeutsamer Planungen als Basis einer  
reziproken Koevolution; Darmstadt 2012  
ISBN 978-3-935631-26-6

Heft Nr. 38 R. DRESCHER

Präzise und echtzeitnahe Positionierung in einem  
Mixmode-GPS-Netz mit großen Höhenunterschieden;  
Darmstadt 2013  
ISBN 978-3-935631-27-3